UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
Licenciatura em Matemática
UNIOESTE – Campus Cascavel

Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla
Erika Diana Alves de Oliveira

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIAS E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO II

REGÊNCIA

CASCAVEL – PR

2022

Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla
Erika Diana Alves de Oliveira

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIAS E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO II

REGÊNCIA

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação.

Orientadores: Prof. Amarildo Vicente

CASCAVEL

2022

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao nosso professor orientador Amarildo de Vicente pelas contribuições e dicas que tivemos neste período, e principalmente por sua paciência ao nos orientar.

Agradecemos também a professora Pamela Gonçalves que nos orientou sobre a metodologia Resolução de Problemas, a qual utilizamos para nos orientar na turma do 2° ano B.

Agradecemos ao Colégio Estadual Cívico Militar Professora Júlia Wanderley - EFM pela oportunidade de estagiar no colégio e agradecemos aos Professores Jussara e Cézar por abrir sua sala de aula para a nossa observação.

Agradecemos principalmente ao professor Reges Gaieski que nos permitiu estagiar em duas de suas turmas, além de nos aconselhar e repassar todo o funcionamento das turmas do 3° ano B e 2° ano B, assim como suas dificuldades e método de aprendizagem das turmas.

E por fim, agradecemos aos alunos por sua colaboração e participação nesse período.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho é referente as ações desenvolvidas na disciplina de Metodologia e Prática de Estágio Supervisionado II, ofertada no quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE).

O trabalho foi desenvolvido pelas acadêmicas do 4° ano do curso de Licenciatura em Matemática, Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla e Erika Diana Alves de Oliveira e, orientado pelo professor Amarildo de Vicente.

O estágio supervisionado no Ensino Médio foi realizado no Colégio Estadual Cívico Militar Professora Júlia Wanderley - EFM, no período matutino, com as turmas do 2° ano B e 3° ano B regidas pelo professor Reges Gaieski. Esta disciplina possui ao todo 272 horas de carga horária das quais 50 horas são realizadas na escola, distribuídas em 16 horas de caracterização do ambiente escolar, 16 horas de observações e participação e 18 horas de execução da regência.

O relatório está dividido em quatro partes. Inicialmente temos a fundamentação teórica, que consiste em um artigo referente ao assunto mais relevante de nossa vivência em sala de aula, a caracterização da escola, na qual atuamos, os relatórios de observação e por fim os planos de aula com seus referentes relatórios.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Resolução de problemas: Como pode auxiliar no ensino-aprendizagem

Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla

Universidade Estadual Oeste do Paraná

elizadcorte@outlook.com

Erika Diana Alves de Oliveira

Universidade Estadual Oeste do Paraná

diana2001alves@gmail.com

Resumo: Este trabalho traz um breve histórico sobre a resolução de problemas e seus principais autores. Serão apontadas três maneiras de como se pode trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, com foco no ensino através desta metodologia. Ainda são trazidos alguns desafios que o professor de matemática enfrenta ao ministrar esta disciplina e como a metodologia resolução de problemas pelo ensino através da resolução de problemas pode auxiliar nesse processo.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem; Resolução de problemas.

INTRODUÇÃO

Perante o contexto histórico pode-se considerar que a matemática/procedimentos matemáticos foram construídos a partir das necessidades básicas das pessoas. O processo de contagem em especial era utilizado para o controle de bens, como terras, animais, lavoura, entre outros. O processo de numeração possibilitava o domínio dessas coisas, o que contribuiu para a comercialização.

Entre outras palavras, a matemática surgia como ferramenta que permitia respostas a problemas que rodeavam a civilização. Isso não acontecia somente naquela época, mas sim até os dias de hoje.

George Polya (1945) conhecendo o papel fundamental dos problemas em nosso cotidiano, escreveu um livro chamado “How To Solve It” traduzido para o português como A Arte de Resolver problemas. Esse livro aborda técnicas que podem ser utilizadas em qualquer situação, não somente matemática, mas para toda situação que exige uma solução.

Situando-se nesse contexto, esse trabalho tem como objetivo utilizar a resolução de problemas no contexto escolar, principalmente pelo método através da resolução de problemas, assim como as dificuldades e benefícios dessa metodologia.

BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DA MATEMÁTICA ATÉ CHEGAR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No início do século XX, o ensino da matemática estava baseado no ensino através da memorização e repetição de forma mecânica. O professor passava o conteúdo o aluno repetia e era avaliado. Se conseguisse reproduzir o que foi passado subentendia-se que havia apendido. Alguns anos depois surgiu uma nova orientação que direcionava que os alunos aprendessem por compreensão, ou seja, o aluno deveria entender o que o professor falava, não apenas repetir de forma mecânica. Porém ainda não participava da construção dos conceitos, era apenas o expectador.

Em 1980 a resolução de problemas começa aparecer, quando as principais teorias de aprendizagem era o construtivismo, a Psicologia Cognitiva e a Teoria Sociocultural de Vygostsky. O foco nessa época era voltado a aprendizagem por descoberta, construída através da resolução de problemas.

Entretanto são sugeridas três formas de se trabalhar com a resolução de problemas. Entretanto, Hatfield (1978) e Allevato & Onuchic (2011) apontam três formas de se trabalhar com a resolução de problemas.

A primeira é o ensino sobre resolução de problemas, a segunda o ensino para a resolução de problemas e, por fim, o ensino através da resolução de problemas.

O ensino sobre a resolução de problemas corresponde a considerá-la como um novo conteúdo. Allevato e Onuchic (2011) ressaltam que o livro de Polya (1944) em A arte de resolver problemas, tornou-se referência no ensino sobre resolução de problemas, considerada talvez o mais importante trabalho sobre resolução de problemas.

O ensino para a resolução de problemas, é basicamente o método tradicional em que vemos em escolas. Primeiramente o professor apresenta a parte teórica e depois exercícios/problemas como forma de aplicação. Dessa forma o conteúdo matemático é trabalhado separadamente de sua aplicação.

A terceira concepção apontada por Hatfield (1978) é a do ensino através da resolução de problemas. É considerada como meio de ensinar conteúdos matemáticos. O problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e conteúdo. Os alunos são os próprios construtores do seu conhecimento e os professores responsáveis por conduzir isso. É sobre essa percepção que abordaremos nesse artigo.

Nas prescrições curriculares atualmente, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), documento que rege o conjunto progressivo de aprendizagem essenciais com o direito a educação básica para crianças, jovens e adultos, indica a abordagem com a resolução de problemas como recurso de aprendizagem matemática:

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são ao mesmo tempo, objeto e estratégia de aprendizagem ao longo de todo ensino fundamental. (Brasil, 2018, p.266, grifos nossos apunt Allevato e Onuchic (2021))

O uso de um problema como ponto de partida e auxilia na construção de contextos significativos para os estudantes, visto que os alunos podem fazer uso de conhecimentos que já possuem, e a partir daí construir novos conhecimentos. Esse método de resolver um problema ajuda os alunos a verem as aplicações matemáticas e para que elas servem. Como dito anteriormente, o ensino tradicional usa da aplicação da teoria para posteriormente a resolução de problemas, e isso faz com que os alunos deixem de gostar na matemática por não a compreenderem ou não entenderem o que estão fazendo.

> A metodologia de ensino através da resolução de problemas é uma importante ferramenta que o professor pode utilizar com o intuito de despertar o interesse de sus estudantes para a matemática e ainda, auxilia no também no desenvolvimento crítico e o trabalho coletivo em busca de soluções, tais habilidades são indispensáveis para o convívio pleno em sociedade. (MANEGHELLI; CARDOZO; POSSAMAI; SILVA, 2018)

DESAFIOS DO ENSINO-APRENDIZAGEM ENVOLVENDO MATEMÁTICA E COMO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PODE AJUDAR NESSE PROCESSO

Quando se trabalha como professor de matemática é necessário entender como acontece o ensino- aprendizagem da matemática. Pensar no ensino da matemática é um grande desafio, estimular os alunos para desenvolvam sua própria autonomia na realização das tarefas escolares e cotidianas e seu raciocínio lógico.

Segundo Toledo e Toledo (2009), um dos motivos que levam os alunos a aversão ou de não gostarem de matemática, refere-se ao fato de como a matemática é trabalhada na escola, que geralmente acaba não promovendo aos alunos situações que levem a investigação, exploração e descoberta. Falta relação entre a matemática aprendida na escola e as necessidades cotidianas, situações muito distantes da realidade do aluno, e situações como falta de recursos na escola entre outros.

A matemática já há muito tempo é vista como a disciplina mais difícil no processo de ensino-aprendizagem. Quando os alunos não conseguem relacionar os conteúdos estudados com seu cotidiano, passa a evitar essa matéria. Daí surgem as frases “a matemática é muito difícil”, “não gosto de matemática”, “para que vou usar essas coisas em minha vida”.

Ser conhecedor dessas situações, ajuda com que o professor saiba como agir diante das imprecisões que vão surgindo. Dentro da sala de aula, se tiver uma visão mais ampla das dificuldades do processo de aprendizagem, será capaz de tirar a dúvida dos alunos, e buscar metodologias que aprimorem o ensino aprendizagem da turma.

Como acontece o processo de aprendizagem em matemática? Na época em que vivemos encontramos diversos professores que estão apenas preocupados com a quantidade de conteúdos, pela cobrança do sistema. A aprendizagem não só matemática é um processo contínuo, varia de pessoa para pessoa.

Para Mota e Pereira (2016) a relação de ensino e aprendizagem não é mecânica, nem uma simples transmissão do professor para o aluno. Ao contrário é uma relação recíproca entre o professor e o aluno. A aprendizagem é a assimilação de conhecimentos e operações mentais, compreendendo-as e aplicando-as conscientemente e autonomamente. Também tem vínculo com o meio social que circunscreve, suas condições em que vive e seu ambiente escolar.

Onuchic e Allevato (2021) apresentam maneiras de organizar atividades, para que os educandos levem uma aprendizagem significativas a seus estudantes.

> Apresentamos nossa sugestão mais atual para esse trabalho em sala de aula, indicando que as atividades sejam organizadas em 10 (dez) etapas: (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das soluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.

De acordo com essa sugestão, para iniciar o professor sugere um problema, Polya (1887) sugere que o problema seja adequado aos conhecimentos dos alunos.

> O aluno precisa compreender o problema, mas não só isso: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre é sua culpa. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação. (POLYA, 2006, P.5)

Recebendo o problema, cada aluno faz sua leitura individual. Ler individualmente possibilita refletir, colocando-se em contado com a linguagem matemática e desenvolver a sua própria compreensão. Logo em seguida os alunos podem se reunir em pequenos grupos para a segunda leitura e discussão do problema. O professor ajuda na compreensão do problema, mas ainda as ações são realizadas pelos alunos. Nesse momento o professor pode fazer indagações como: consegue traçar um desenho/ esquema, qual a incógnita que temos?

Na quarta etapa começa a resolução do problema os alunos tentam resolver o problema gerador, que os conduzira para construção do conhecimento sobre o conteúdo planejado pelo professor.

Após esse momento os grupos registram suas soluções na lousa, certas ou erradas. Diante disso o professor estimula para que compartilhem e justifiquem suas respostas. Ainda nesse momento o professor chega em um consenso junto com a turma sobre o resultado correto e feito um retrospecto verificando o resultado obtido.

Na nona etapa é onde o professor que formaliza, padronizando conceitos e princípios. Por fim novos problemas para aprofundar e ampliar compreensões acerca do conteúdo trabalhado. Nesse momento os alunos podem elaborar eles próprios problemas, a partir de experiências anteriores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As reflexões acerca da resolução de problema, buscam contribuir para o processo de ensino-aprendizagem no contexto escolar. Procuremos mostrar um pouco sobre as diferenças dentro da resolução de problemas, que muitas vezes quando falamos em resolver problemas, já assimilamos ao fato de exercitar o que foi aprendido da parte teórica, de um determinado conteúdo, porém vai muito mais além disso.

A importância de se trabalhar através da resolução de problemas, é que podemos formar cada vez mais cidadãos críticos e reflexivos, entenderem o porquê das coisas, e que a matemática não é apenas números e fórmulas.

Diante disso acreditamos que a metodologia resolução de problemas é significante, pois possibilita ao aluno que construa seus próprios conceitos matemáticos. Além disso proporciona uma aprendizagem significativa visto que aproxima esses conceitos com o mundo real.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação matemática:** Por que através da resolução de problemas. In: ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTIN, Andressa Maria. Resolução de Problemas: teoria e prática. 2. ed. São Paulo: Paco Editorial, 2021. Cap. 2. p. 37-58.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problem solving: Rationales and research. In: **HATFIELD, L. L. BRADBARD, D. A. (org). Mathematical Problem Solving: papers from a research workshop**. Colombus: ERIC, 1978.

MANEGHELLI, Juliana; CARDOZO, Dionei; POSSAMAI, Janaína Poffo; SILVA, Viviane Clotinde da. **Metodologia de resolução de problemas: concepções de ensino e estratégias de ensino**. Rbect, Blumenau, v. 11, n. 3, p. 211-231, 01 set. 2018.

MOTA, Maria Sebastiana Gomes; PEREIRA, Francisca Elisa de Lima. **DESENVOLVIMENTO E APRENDIZAGEM:** processo de construção do conhecimento e desenvolvimento mental do indivíduo. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf3/tcc_desenvolvimento.pdf. Acesso em: 21 jan. 2023.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 203 p.

TOLEDO, Marília Barros de Almeida; TOLEDO, Mauro de Almeida. **Teoria e Prática de Matemática:** Como Dois e Dois. 1. ed. São Paulo: FDT, 2009.

3. CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO ESCOLAR

3.1 IDENTIFICAÇÃO DO ESTAGIÁRIO

O estágio foi realizado no ano letivo de 2022, por Eliza Bruna Dalla Corte Andreolla e Erika Diana Alves de Oliveira, discentes do 4º ano do curso de Licenciatura em matemática da Unioeste, *campus* de Cascavel/PR. A orientação foi feita pelo professor Amarildo de Vicente, no Colégio Estadual Cívico-Militar Professora Júlia Wanderley – Ensino Fundamental e Médio.

3.2 DADOS GERAIS DA UNIDADE ESCOLAR

O colégio Estadual Cívico-Militar Professora Júlia Wanderley – Ensino Fundamental e Médio, é mantido pela Secretaria Estadual de Educação do Paraná, localizado na rua Jorge Lacerda, número 1420, no bairro Claudete em Cascavel – CEO: 85811-350, telefone para contato (45) 3226-8096. O acesso principal a escola é pela rua Jorge Lacerda, tendo dois portões de acesso, um onde os professores e funcionários entram e outro que dá acesso a quadra, por onde os alunos entram. Os alunos podem chegar à escola a pé, ou por meio de transporte particular ou público. Em frete da escola há um ponto de ônibus. O horário de funcionamento da escola é das 7h10min – 12h25min no período matino e das 13h10min – 18:25min no período vespertino.

3.3 ASPECTOS GERAIS

O Grupo Escolar Júlia Wanderley surgiu em 1965 como uma escola municipal, localizada na rua Belém, 330, em uma sala. O nome da instituição de ensino se deu pela homenagem a excelência da Jovem Júlia Wanderley no ensino e pesquisa, a primeira mulher no Paraná a ingressar nessa modalidade de ensino. Em 1980 a escola mudou-se de endereço, passando a situar-se na rua Jorge Lacerda, em um prédio construído pela Prefeitura Municipal de Cascavel em parceria com a Fundepar. Em 1992 houve alteração da denominação de Escola para Colégio Professora Júlia Wanderley de 1º e 2º graus. A partir de 2002, as séries iniciais do Ensino Fundamental foram municipalizadas. A partir desse momento o colégio passou a dividir espaço com a Escola Municipal Michalina K. Sochodollak. A Escola

Municipal Michalina K. Sochodollak ganhou um prédio próprio e o Colégio ganhou mais espaço.

Em 2021 ocorreu a mudança de Colégio Estadual Professora Júlia Wanderley E.F.M para Colégio Estadual Cívico-Militar Professora Júlia Wanderley – Ensino Fundamental e Médio. As escolhas filosóficas do colégio estão pautadas na premissa do materialismo histórico-dialético.

No total a escola possui 797 alunos, distribuídos em 23 turmas no período da manhã entre fundamental e médio totalizando 449 alunos. No turno da tarde ensino fundamentam com 19 turmas totalizando 348 alunos. O grupo escolar possui também sala de recursos com 35 alunos entre manhã e tarde. A escola possui uma sala para o Atendimento Especializado Surdo- Cegueira (C.A.E), atendendo atualmente 08 crianças. As salas de apoio têm o intuito de complementação da aprendizagem em sala de aula e possuem relevante contribuição para a efetivação da aprendizagem dos alunos com dificuldades cognitivas.

3.4 EQUIPE PEDAGÓGICA DA ESCOLA

Diretor: Celso Stimer

Vice-diretor: Carlos Alberto Vicente e Helena Batista de Oliveira

Principais atribuições: Para que a escola prossiga sua caminhada no trabalho que vem desenvolvendo, a direção deve chamar à corresponsabilidade de todos que atuam na educação num trabalho coletivo, onde cada um exerça sua função específica e fundamental nesse processo. Cabe à direção assegurar a qualidade deste processo ensino aprendizagem tomando decisões baseadas em informações e dados e realizando um trabalho de liderança voltado ao desenvolvimento cultural de nossa comunidade escolar.

Coordenação pedagógica: Edneia Dias Martins; Ines Santa Sturaro Vagetti; Maria José Rodreigues; Renato Domingos da Silva e Rosemari Tamanho.

Atribuições da equipe pedagógica: A equipe pedagógica necessita de cultura geral suficientemente ampla e a consciência das necessidades do coletivo, possibilitando a elaboração e a difusão de uma proposta pedagógica voltada aos interesses da comunidade escolar, entendendo a relação que existe entre o problema que a escola enfrenta e o contexto social e econômico que os condicionam.

3.5 RECURSOS FÍSICOS E MATERIAIS

O acesso principal à escola é pela Rua Jorge Lacerda. O colégio atualmente está passando por uma reforma, desta forma há materiais de construção espalhados pelo pátio e uma enorme adaptação precisou ser feita para que as aulas continuassem.

O colégio possui 17 salas de aula, porém, por conta da reforma nem todas as salas podem ser ocupadas. Há uma sala destinada para oficina de artes, que é dirigida pela professora Ronize aparecida Bernartt. Os alunos podem participar dessa oficina em contraturno e venderem o que é produzido na banquinha da escola, ou enfeitarem o colégio para datas importantes.

A acessibilidade do colégio é adequada, não há escadas, e todas as salas são acessíveis. Por conta da reforma há corredores descobertos o que dificulta o acesso em das de chuva.

O prédio escolar conta com: duas salas de direção, uma secretaria, uma sala dos professores ampla que contém armários para todos os professores e seis computadores disponíveis, uma sala de recursos, uma sala de acessória pedagógica, uma sala de Centro de Atendimento Especializado (CAE), uma sala para a equipe pedagógica, uma biblioteca, um salão social, uma quadra esportiva, uma quadra de areia, um refeitório, um laboratório de informática, um laboratório de ciências, uma sala para os monitores militares, uma cantina, uma lavanderia e um laboratório de informática.

3.6 RECURSOS HUMANOS

O colégio conta com 57 professores efetivos, dos quais sete são professores licenciados em matemática. Há uma secretária, e três pessoas que atuam como técnico administrativo. A equipe de limpeza possui três pessoas e há uma merendeira. Todas as informações de quadro de funcionários da escola foram retiradas do site da secretaria de educação, pois no PPP que foi disponibilizado não contava, essas informações.

3.7 RECURSOS FINANCEIROS

A instituição é mantida pela Secretaria de Estado da Educação e do Esporte- SEED, portanto segue as normativas emitidas por ela.

3.8 PROJETOS ESPECIAIS

O colégio desenvolve cinco projetos: Projeto de Oratória, Projeto Eu quero paz, Projeto vida saudável: Uma conquista possível, Agenda 21 escolar e Ações da agenda 21 Escolar/Coletivo Educador Eco-Julia.

Os dois primeiros projetos ocorrem em horário de aula regular, na disciplina de língua portuguesa. O terceiro sempre é desenvolvido em uma sala do nono ano, envolvendo oito disciplinas: português, matemática, história, geografia, educação física, artes, ciências, inglês, ensino religioso, e cidadania e civismo. O objetivo do projeto é implementar um programa contínuo de prevenção do uso de drogas envolvendo toda comunidade escolar. Os dois últimos, um instrumento de planejamento de ações de transformação do espaço escolar e de seu entorno em ambientes sustentáveis, possibilita a interação com a comunidade. O projeto foi desenvolvido com apoio do grêmio estudantil.

O programa Presente na escola, lançado pela Secretaria da Educação e do Esporte, consiste em um conjunto de estratégias de acompanhamento de frequência e tem como objetivo o combate ao abandono escolar.

Em contraturno é desenvolvido, o programa Mais Aprendizagem, que prevê o atendimento aos alunos, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, com o objetivo de trabalhar as dificuldades dos alunos, como leitura, escrita, bem como as formas espaciais e quantidades nas suas operações básicas e elementares.

4. RELATÓRIOS DE OBSERVAÇÃO

As observações e participações foram realizadas no Colégio Estadual Cívico Militar Professora Júlia Wanderley - EFM no período matutino. Iniciamos as observações conhecendo os professores de matemática que lecionam no período que estaríamos realizando a Regência.

Optamos por observar diferentes turmas dos professores Reges Gaieski e Cézar de matemática e Jussara de Educação Financeira, assim conseguíamos ter uma experiência melhor e identificar como ocorre o relacionamento professor e aluno.

Nossas observações ocorreram entre os dias 21 de outubro de 2022 e 01 de novembro de 2022, totalizando 16 horas aulas de observação. A seguir, no Quadro 1, está o cronograma que aderimos nesse período.

Quadro 1: Cronograma das Observações

HORÁRIO DA AULA	SEXTA 21/10	SEGUNDA 24/10	QUINTA 27/10	TERÇA 01/11
07:10 – 08:00		2° B		3° B
08:00 – 08:50	2° B	2° B	2° A	3°B
08:50 – 09:40	2° B		2° A	
Intervalo				
09:55 – 10:45			2° A	
10:45 – 11:25	3° A	3° B	2°A	1° A
11:25 – 12:25	3° A	3° B		1° A

Fonte: Autores

4.1. AULA I

PROFESSOR REGENTE: REGES

DATA: 21/10/2022

HORÁRIO: 8:00

ANO/TURMA: 2°B

Nº ALUNOS PRESENTES: 16 ALUNOS

No dia 21 de outubro de 2022, fomos até o Colégio Estadual Cívico Militar Professora Júlia Wanderley - EFM realizar as observações pertinentes ao estágio supervisionado II.

As aulas iniciaram às 8:00, sendo elas geminadas. A primeira aula era de recuperação da avaliação 1 e quem tivesse nota acima da média não era obrigatório realizar a recuperação. Entretanto, os alunos foram motivados a fazerem a recuperação para aumentarem suas notas.

A segunda aula se iniciou com a correção dos exercícios propostos na aula anterior. Os exercícios eram do livro didático, que ficam guardados em um armário dentro da sala. A correção foi feita no quadro de maneira organizada e com boa legibilidade. O livro utilizado é de Luiz Roberto Dante, Contexto e aplicação.

Nessa turma há um aluno autista acompanhado de uma PAEE. Durante a aula o professor elabora atividades adaptadas para ele.

Os alunos são bastante participativos e apresentam uma boa relação entre si. O professor faz com que os alunos expliquem seus raciocínios utilizados para a realização das atividades, o que gera uma liberdade para os alunos explorarem suas ideias. De modo geral os alunos tiram suas dúvidas, fazem anotações e possuem interesse pelas atividades propostas. A maioria dos alunos se concentram na aula, mesmo com a porta de vidro e tumulto no corredor.

Em nossa opinião foi de grande aproveito observar a aula, pois podemos nos inspirar na metodologia do professor, e assim aprimorar a relação entre professor e aluno.

4.2. AULA II

PROFESSOR REGENTE: REGES

DATA: 21/10/2022

HORÁRIO: 10:45

ANO/TURMA: 3°A

Nº ALUNOS PRESENTES: 24 ALUNOS

No dia 21 de outubro no período da manhã fizemos a observação na turma do 3° A. Foram duas aulas geminadas. O professor iniciou a aula nos apresentando para a turma e comentando que estaríamos observando-os por algumas aulas.

Antes de entrarmos na turma o professor nos comunicou que a turma é um pouco agitada, e que os alunos conversam bastante entre si.

Para iniciar a aula o professor fez uma revisão sobre posições relativas entre duas retas. Após essa breve revisão, introduziu através de um exemplo a equação da reta. Na primeira explicação os alunos ainda ficaram com dúvidas, então o professor explicou novamente.

O professor tornou claro para os alunos o objetivo da aula, trabalhando com motivação, sempre relembrando os conceitos e definições já trabalhadas. A aula é desenvolvida com espontaneidade, movimentação e entusiasmo.

A relação entre o professor e os alunos é de bastante liberdade, os alunos sentem confiança no professor fazem piadas entre si, são participativos, respondem e perguntam sobre os exercícios propostos. Entretanto alguns alunos faltam bastante por isso ficam perdidos durante a explicação.

4.3. AULA III

PROFESSOR REGENTE: REGES GAIESKI
DATA: 24/10/2022
HORÁRIO: 7:10
ANO/TURMA: 2°B
Nº ALUNOS PRESENTES: 16 ALUNOS

No dia 24 de outubro observamos a turma do segundo ano B com duas aulas geminadas. O professor iniciou a aula comentando sobre a nossa regência e os informou que na próxima semana nós acadêmicas iríamos ministrar a aula para eles.

Após os avisos, o professor iniciou a correção dos exercícios propostos nas aulas anteriores, juntamente com os alunos. Durante a aula o professor se expressou de maneira clara e objetiva. O professor e os alunos possuem uma relação de cooperação, desenvolvendo a interação e respeitando as ideias e opiniões dos demais.

De maneira geral os alunos são participativos, tiram suas dúvidas, e fazem suas anotações, interagem com liberdade e espontaneidade.

4.4. AULA IV

PROFESSOR REGENTE: REGES
DATA: 24/10/2022
HORÁRIO: 10:45
ANO/TURMA: 3°B
Nº ALUNOS PRESENTES: 20 ALUNOS

No dia 24 de outubro observamos a turma do terceiro ano A com duas aulas geminadas. O professor iniciou a aula nos apresentando para a turma, dizendo que somos estagiárias de matemática da Unioeste.

A aula começou com exemplos envolvendo a posição relativas de duas retas no plano cartesiano. Notamos que a turma é bastante agitada. O professor precisou chamar atenção várias vezes para a explicação. Durante a explicação o monitor entrou na sala e chamou a atenção da turma, pois alguém havia ido fumar cigarro eletrônico no banheiro, e que a próxima punição seria a suspenção.

Como a escola se encontra em reforma, essa turma está tendo aula no laboratório de ciências. As mesas são de oito lugares o que facilita a distração e a conversa paralela.

Apesar da conversa os alunos são participativos e se comunicam bem com o professor. Entretanto os alunos são bem espalhados, o que dificulta a relação entre si.

4.5. AULA V

PROFESSOR REGENTE: CÉZAR

DATA: 27/10/2022

HORÁRIO: 8:00

ANO/TURMA: 2°A

Nº ALUNOS PRESENTES: 25 ALUNOS

Ao iniciar a aula o professor tentou fazer a chamada através de foto por um aplicativo que está sendo introduzido nas escolas. Esse aplicativo é capaz de fazer reconhecimento facial, porém, o professor não conseguiu fazer. Acreditamos que esse método esteja ainda em teste.

Em seguida passou nas carteiras carimbando os cadernos de quem realizou a tarefa de casa, proposta em aula anterior. Poucos alunos fizeram a tarefa e isso chateou o professor pois ele queria que praticassem exercícios de fixação e viessem com suas dúvidas para a aula.

Os alunos pediram para o professor corrigir questão por questão pois ainda não haviam entendido sobre o conteúdo, que se tratava de permutação simples.

O professor desenvolve a aula de forma espontânea e com autocontrole, utiliza adequadamente o quadro de giz quanto a organização, legibilidade da escrita e tamanho da letra.

A relação professor e aluno é de cooperação, e por mais que os alunos não haviam realizado a atividade em casa, mostraram suas dúvidas, são participativos e fazem suas anotações. Nota-se que a maior dificuldade dos alunos é na interpretação na leitura dos problemas.

Para finalizar a aula o professor disse a eles que daria uma segunda chance. Para a próxima aula deveriam trazer os cadernos em ordem com as atividades em dia, pois isso faz parte da nota do trimestre.

4.6. AULA VI

PROFESSOR REGENTE: JUSSARA

DATA: 27/10/2022

HORÁRIO: 9:55
ANO/TURMA: 2°A
Nº ALUNOS PRESENTES: 25 ALUNOS

A professora Jussara ministra as aulas de educação financeira na turma do 2º ano A. Ao iniciar a aula a professora entregou um trabalho para quem precisava recuperar a nota, o qual deveriam trazer pronto para a próxima aula.

A aula se tratava de empreendedorismo. A professora começou falando sobre impostos, tanto municipais como federais. Eles tinham uma tarefa de casa que era para calcular esses impostos de um imóvel, mas poucos fizeram.

Os alunos andam bastante pela sala e são bem dispersos. A professora perde boa parte da aula chamando a atenção deles. Notamos que na aula anterior com o professor Cezar eles eram bem mais respeitosos. O professor conseguia manter a turma em ordem.

A sequência da aula se deu sobre a pesquisa de mercado, quanto a oferta e procura os alunos participaram da aula contando suas experiencia com corte de cabelo. A aula foi exposta através de slides, onde mostrou análise de casos com tabelas.

Para finalizar a aula a professora deu uma situação problema sobre como abrir um negócio.

De modo geral a aula rendeu bastante, mas notamos que a professora tem bastante dificuldade em dar a aula pois os alunos são dispersos e não têm interesse sobre o conteúdo trabalhado.

4.7. AULA VII

PROFESSOR REGENTE: JUSSARA
DATA: 01/11/2022
HORÁRIO: 7:10
ANO/TURMA: 3B
Nº ALUNOS PRESENTES: 25 ALUNOS

O professor iniciou a aula passando nas carteiras verificando a tarefa proposta na aula anterior. Em seguida fez a correção dos exercícios juntamente com os alunos no quadro. Um aluno, por estrar atrapalhando a correção, foi mandado para fora da sala.

A maior parte da aula foi destinada para a visita do diretor da UniCesumar, que teve uma conversa com os alunos e apresentou os cursos disponíveis. Alguns alunos fizeram algumas perguntas e por fim ganharam um livro cada um sobre cursos aleatórios.

Na sequência foi terminado a resolução de exercícios e foi passado mais alguns exemplos para eles resolverem. Por mais que a sala tenha bastante conversas paralelas eles são bem participativos e fazem as atividades.

4.8. AULA VIII

PROFESSOR REGENTE: CÉZAR
DATA: 01/11/2022
HORÁRIO: 11:25
ANO/TURMA: 1A
Nº ALUNOS PRESENTES: 25 ALUNOS

O professor começou a aula com a exposição de slides, sendo que o conteúdo trabalhado era análise de gráficos. Para isso ele apresentou diversas situações em que cada gráfico se adequa melhor.

Na sequência o professor repassou com a turma os gráficos que eles tinham trabalhados até o momento, assim como demais conteúdos relacionados. E assim finalizou a aula encaminhando algumas tarefas para os alunos.

Observamos que os alunos conversam bastante durante a aula, o que dificulta a aprendizagem, talvez eles estejam agitados porque a aula ocorreu depois da aula de Educação Física.

5. REGÊNCIA

Após concluir as observações e participações combinamos com o professor Reges Gaieski de iniciar a regência no dia 31 de outubro de 2022 em duas turmas que ele era responsável. Nesta conversa decidimos que seria melhor o professor finalizar o conteúdo que ele estava ensinando, para assim iniciarmos nossa regência com um conteúdo novo para os alunos.

Nossa regência totalizou 18 horas aulas, sendo realizadas 8 horas aulas na turma do 2° ano B, onde abordamos combinação simples, e 10 horas aulas com a turma do 3° ano B, onde trabalhamos distância entre ponto e reta e área de polígonos usando as coordenadas de seus vértices. Ressaltamos que todas as aulas eram geminadas, ou seja, possuíam 2 horas aulas no dia.

A seguir, no Quadro 2, apresentamos o cronograma das aulas que lecionamos nesse período.

Quadro 2: Cronograma da Regência

HORÁRIO DA AULA	SEGUNDA 31/10	QUINTA 03/11	SEXTA 04/11	SEGUNDA 07/11	QUINTA 10/11	QUINTA 17/11	SEGUNDA 21/11
07:10 – 08:00	2° B			2° B			2° B
08:00 – 08:50	2° B	3° B	2°B	2° B	3° B	3° B	2° B
08:50 – 09:40		3° B	2° B		3° B	3° B	
Intervalo							
09:55 – 10:45							
10:45 – 11:25	3° B			3° B			
11:25 – 12:25	3° B			3° B			

Fonte: Autores

5.1. 2° ANO B

5.1.1. PLANO DE AULA I

Plano de aula 2° B - Aula I - 31/10/2022

Conteúdo: Combinação simples

Objetivo geral: Compreender a combinação simples através da Resolução de Problemas

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com combinação simples, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Determinar a diferença entre arranjo e combinações, isto é, em que a ordem não importa para uma combinação;

- Compreender e aplicar a fórmula de uma combinação simples.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: Atividade em folha contida no anexo (ANEXO A), lápis, borracha e livro didático.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (25 min)

Iniciaremos a aula com o seguinte problema:

Acompanhe a situação abaixo.

(Adaptado) Luana dispõe de 6 frutas para fazer uma vitamina: abacate, mamão, banana, maçã, morango e laranja. Quantas são as possibilidades de fazer uma vitamina com três dessas frutas?

Para resolvê-lo os alunos serão divididos em grupo, quantidade a definir de acordo com o número de alunos em sala, em seguida será entregue uma folha de atividades (ANEXO A) para cada grupo, com o problema e perguntas a serem tratadas durante a aula.

Para finalizar esta atividade os alunos serão convidados a irem ao quadro, 1 aluno por grupo, e escrever duas das possibilidades de vitaminas. Após todas as possibilidades serem listadas no quadro, os alunos serão levados a refletirem sobre a seguinte situação:

“A vitamina **Banana - Mamão - Abacate** é igual ou diferente que a vitamina **Mamão - Banana - Abacate**?”

Após a reflexão os alunos deverão contar novamente o total de possibilidades após retirarem as vitaminas iguais. E em seguida deverão anotar o que perceberam durante a atividade.

2° Momento (35 min)

Este segundo problema pretende envolver a turma numa dinâmica para eles descobrirem a quantidade total de apertos de mãos entre 20 alunos de uma sala. Para isso eles poderão realizar simulações em grupos para chegar à solução.

Problema 2: Há 20 alunos em uma sala de aula, ao iniciar a aula todos se cumprimentam, quantos apertos de mão ocorreram?

Esperamos que eles apliquem os resultados discutidos no problema anterior, o qual mostrava que a ordem não importava. Após a discussão em grupo, eles serão convidados a compartilharem as ideias que surgiram. E novamente deverão anotar o que perceberam durante a atividade.

3° Momento (40 min)

Neste momento apresentaremos a fórmula da Combinação simples para os alunos:

COMBINAÇÃO SIMPLES

Dado um conjunto A de **n** elementos. Uma combinação simples de n elementos tomados p a p ($p \leq n$) é um subconjunto de B com p elementos. Este subconjunto B é dado por:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

N → Número total de elementos

P → Número de elementos de cada grupo

Relembrando que em Combinação Simples a ordem dos elementos não importa.

EXERCÍCIOS: pág.221 – 38(a ao d) ao 47, exceto a questão 39, 43 e 44.

Resolução dos exercícios propostos

Questão 38. Calcule o valor de:

a) $C_{6,4}$

R.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!\,(6-4)!}$$

$$C_{6,4} = \frac{6.5.4!}{4!\,(2)!}$$

$$C_{6,4} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}\,(2)!}$$

$$C_{6,4} = \frac{6.5.}{(2)!}$$

$$C_{6,4} = \frac{30}{2}$$

$$C_{6,4} = 15$$

b) $C_{5,3}$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5.4.3!}{3!\,(2)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}\,(2)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{5.4}{(2)!}$$

$$C_{5,3} = \frac{20}{2}$$

$$C_{5,3} = 10$$

c) $C_{4,1}$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{4,1} = \frac{4!}{1!\,(4-1)!}$$

$$C_{4,1} = \frac{4.\cancel{3!}}{1!\,\cancel{3}!}$$

$$C_{4,1} = 4$$

d) $C_{5,4}$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4!\,(5-4)!}$$

$$C_{5,4} = \frac{5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}\,(1)!}$$

$$C_{5,4} = \frac{5}{1}$$

$$C_{5,4} = 1$$

Questão 40. Quantas equipes de 3 astronautas podem ser formadas com 20 astronautas?

$$C_{20,3} = \frac{20!}{3!\,(20-3)!}$$

$$C_{20,3} = \frac{20.19.18.17!}{3!\,(17)!}$$

$$C_{20,3} = \frac{20.19.18.\cancel{17!}}{3!\,\cancel{(17)!}}$$

$$C_{20,3} = \frac{20.19.18.}{3.2.1}$$

$$C_{20,3} = \frac{6840}{6}$$

$$C_{20,3} = 1140$$

Questão 41. Quantas equipes diferentes de vôlei podemos escalar tendo á disposição 10 meninas que jogam em qualquer posição?

$$C_{10,5} = \frac{10!}{5!\,(10-5)!}$$

$$C_{20,5} = \frac{10.9.8.7.6.\cancel{5}!}{5!\,\cancel{(5)!}}$$

$$C_{20,5} = \frac{30240}{120}$$

$$C_{20,5} = 252$$

Questão 42. Em uma prova de 10 questões, o aluno deve resolver apenas 8. De quantas maneiras diferentes ele poderá escolher essas 8 questões.

$$C_{10,8} = \frac{10!}{8!\,(10-8)!}$$

$$C_{10,8} = \frac{10.9.\cancel{8!}}{\cancel{8}!\,2!}$$

$$C_{10,8} = \frac{90}{2}$$

$$C_{10,8} = 45$$

Questão 45. Quantas comissões com 5 alunos podemos formar com 30 alunos de uma classe?

$$C_{30,5} = \frac{30!}{5!\,(30-5)!}$$

$$C_{30,5} = \frac{30!}{5!\,25!}$$

$$C_{30,5} = \frac{30.29.28.27.26.\cancel{25!}}{5!\,\cancel{25!}}$$

$$C_{30,5} = \frac{17100720}{120}$$

$$C_{30,5} = 142.506$$

Questão 46. Determine de quantos modos podemos formar triângulos com 3 dos vértices de um heptágono regular.

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!\,(7-3)!}$$

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!\,(4)!}$$

$$C_{7,3} = \frac{7.6.5.\cancel{4!}}{3!\,\cancel{(4)!}}$$

$$C_{7,3} = \frac{7.6.5}{3.2.1}$$

$$C_{7,3} = \frac{7.6.5}{3.2.1}$$

$$C_{7,3} = \frac{210}{6}$$

$$C_{7,3} = 35$$

Questão 47. De quantas Maneiras podemos extrair 4 cartas de um baralho de 52 cartas?

$$C_{7,3} = \frac{52!}{4!\,(52-4)!}$$

$$C_{7,3} = \frac{52!}{4!\,(48)!}$$

$$C_{7,3} = \frac{52.51.50.49.\cancel{48!}}{4!\,\cancel{(48)!}}$$

$$C_{7,3} = \frac{52.51.50.49}{4.3.2.1}$$

$$C_{7,3} = 270.725$$

Avaliação: Essas atividades propostas são muito participativas. Ao contribuir ativamente na formação da roda, o aluno pode ser avaliado pelo seu envolvimento nos processos solicitados, individual e coletivamente, pela sua motivação e empenho na execução das atividades e no desenvolvimento de atitudes na interação, cooperação e organização do trabalho.

Referências:

BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática**: interação e tecnologia. 2. ed. São Paulo: Oceano Indústria e Editora, 2016. 240 p. Disponível em: http://joinville.ifsc.edu.br/~dani.prestini/Integrado%20-%20Mec%C3%A2nica/2018-1/M%C3%B3dulo%202%20-%20Matem%C3%A1tica%20II/Livro/Livro%202%20BALESTRI.pdf. Acesso em: 26 out. 2022.

ANEXO A

Nomes:____

Problema 1: Acompanhe a situação abaixo.

(Adaptado) Luana dispõe de 6 frutas para fazer uma vitamina: abacate, mamão, banana, maçã, morango e laranja. Quantas são as possibilidades de fazer uma vitamina com três dessas frutas?

Abacate Mamão Banana Maçã Morango Laranja

Problema 2: Há 20 alunos em uma sala de aula, ao iniciar a aula todos se cumprimentam, quantos apertos de mão ocorreram?

Vocês conseguiram perceber a diferença entre combinação e arranjo? Explique.

5.1.2. RELATÓRIO DA AULA I

Iniciamos a aula do 31 de outubro de 2022 nos apresentando para os alunos e comentando que estaríamos realizando a regência na turma deles durante 2 semanas e meia. Estiveram presentes 19 alunos, por conta disso dividimos a sala em grupo de 4 grupos, sendo três deles de 5 cinco pessoas e um de quatro pessoas, entretanto o aluno com TEA informou que não gostaria de se juntar em grupo.

Em seguida distribuímos a folha de atividades para cada grupo e para o aluno com TEA, lemos a pergunta e pedimos que eles escrevessem no caderno pelo menos cinco das possibilidades na folha. Os alunos tiveram muita dificuldade em compreender o que estava sendo proposto porque eles estavam presos em encontrar o número total de possibilidades utilizando a fórmula do arranjo.

Durante o andamento da atividade caminhávamos pelos grupos tirando as dúvidas. Por fim pedimos que eles fossem ao quadro escrever duas ou mais das possibilidades escritas no caderno. Acreditamos que parte das dificuldades dos alunos se dê por conta de o problema abordar muitas informações, pois ao perceber que eles não estavam entendo limitamos as quantidades de fruta a três e a vitamina seria feita com apenas duas das frutas, assim conseguimos listar com eles todas as frutas e realizamos uma transição a partir da fórmula de arranjo.

Como o primeiro problema causou algumas dúvidas resolvemos explicar primeiro a fórmula de combinação simples, pois os alunos disseram que entendem melhor a partir de fórmulas. Assim a resolução do segundo problema ocorreu de forma mais dinâmica, e as professores caminhavam nos grupos incentivando os alunos a realizarem uma simulação dos apertos no grupo para que eles concluem que o aperto de mão ocorre entre duas pessoas, então para o problema se trava de uma Combinação $C_{20,2}$. Para finalizar este problema convidamos um aluno para apresentar a solução no quadro.

Por fim, pedimos que eles respondessem na folha de atividades a diferença que eles observaram entre arranjo e combinação. Em seguida passamos os exercícios do livro para os alunos resolverem até a próxima aula, entretanto fomos informadas que os alunos não podem levar o livro para a casa, assim sugeríamos que eles tirassem foto dos problemas para resolverem em casa.

Fomos acompanhando o aluno autista no decorrer das atividades, observamos que na primeira atividade ele compreendeu que a vitamina seria a mesma, não importando a ordem das frutas escolhidas. Entretanto na segunda, apesar de ele concluir que o aperto de mão é feito entre duas pessoas, ele não conseguiu aplicar na fórmula. Para finalizar, escolhemos os exercícios mais simples do livro para passar para ele.

Acreditamos que aula ocorreu de maneira dinâmica e a participação dos alunos foi essencial, por conseguimos identificar as dúvidas dos grupos e os momentos em que nossa explicação estava confusa, assim ao decorrer da aula fomos corrigindo e adaptando nossa fala.

5.1.3. PLANO DE AULA II

Plano de aula 2° B - Aula II - 04/11/2022

Conteúdo: Combinação simples

Objetivo geral: Compreender a combinação simples através da Resolução de Problemas.

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com combinação simples, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender e aplicar a fórmula de uma combinação simples em diversas situações problemas.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: lápis, borracha e livro didático.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (30 min)

Iniciaremos a aula fazendo a correção dos exercícios propostos na aula anterior. Convidaremos os alunos para irem ao quadro ler a pergunta para os colegas e em seguida resolver.

2° Momento (20 min)

No segundo momento faremos no quadro um exercício proposto no livro.

Exemplo 1: Uma urna contém 5 bolas azuis numeradas de 1 a 5 e 4 bolas vermelhas numeradas de 1 a 4. De quantas maneiras podemos selecionar:

a) 3 bolas?

Temos um total de 5 + 4 = 9 bolas dentro da urna. Logo, temos n = 9 e p = 3. Assim, temos que:

$$C9{,}3 = \frac{9!}{3!\,(9-3)!}$$

$$C9{,}3 = \frac{9.8.7.\cancel{6!}}{3.2.1!\,\cancel{(6)!}}$$

$$C9{,}3 = \frac{9.8.7}{3.2.1}$$

$$C9{,}3 = \frac{504}{6}$$

$$C9{,}3 = 84$$

Podemos selecionar 3 bolas de 84 maneiras diferentes.

b) 3 bolas azuis e 2 vermelhas?

Temos um total de 5 + 4= 9 bolas dentro da urna. Temos 3 azuis 2 vermelhas. Das 5 bolas azuis arranjamos três a três, e das 4 bolas vermelhas arranjamos duas a duas. Então temos a seguinte multiplicação: $C_{5,3}.C_{4,2}$

$$C5{,}3 = \frac{5!}{3!\,(5-3)!}$$

$$C5{,}3 = \frac{5.4.3!}{3!\,(2)!}$$

$$C5{,}3 = \frac{5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}\,(2)!}$$

$$C5{,}3 = \frac{5.4}{(2)!}$$

$$C5{,}3 = \frac{20}{2}$$

$$C5{,}3 = 10$$

$$C4{,}2 = \frac{4!}{2!\,(4-2)!}$$

$$C4{,}2 = \frac{4.3.\cancel{2!}}{2!\,\cancel{(2)!}}$$

$$C4{,}2 = \frac{4.3}{2}$$

$$C4{,}2 = 6$$

$C_{5,3}.C_{4,2}$ = 10.6 = 60

Temos, 60 maneiras diferentes.

c) 3 bolas vermelhas e 2 azuis?

Temos um total de 5 + 4= 9 bolas dentro da urna. Logo, temos n = 9, 2 azuis e 3 vermelhas. Das 5 bolas azuis arranjamos duas a duas, e das 4 bolas vermelhas arranjamos três a três. Então temos a seguinte multiplicação: $C_{5,2}.C_{4,3}$

$$C5{,}2 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!}$$

$$C5{,}2 = \frac{5.4.\cancel{3!}}{2!\,\cancel{(3)!}}$$

$$C5{,}2 = \frac{5.4}{2}$$

$$C5{,}2 = 10$$

$$C4{,}3 = \frac{4!}{3!\,(4-3)!}$$

$$C4{,}3 = \frac{4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}\,(1)!}$$

$$C4{,}3 = 4$$

$C_{5,2}.C_{4,3}$ = 10.4 = 40 maneiras diferentes.

3° Momento (50 min)

Será pedido para que os alunos se juntem em grupos, após isso iremos entregar uma lista de exercícios para eles resolverem. (ANEXO B).

E para finalizar a aula será feito a correção no quadro juntamente com os alunos.

Veja abaixo a resolução dos exercícios:

Questão 1. Um rapaz tem 5 bermudas e 6 camisetas. De quantas maneiras ele pode escolher:

a) 1 bermuda e uma camiseta?

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{5,1} = \frac{5!}{1!\,(5-1)!} = \frac{5.\cancel{4!}}{1!\,\cancel{4}!} = 5$$

$$C_{6,1} = \frac{6!}{1!\,(6-1)!} = \frac{6.\cancel{5!}}{1!\,\cancel{5}!} = 6$$

$$C_{5,1} \times C_{6,1} = 5 \times 6 = 30$$

b) 2 bermudas e 2 camisetas?

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5.4.\cancel{3!}}{2!\,\cancel{3}!} = 10$$

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{2!\,\cancel{4}!} = 15$$

$$C_{5,2} \times C_{6,2} = 10 \times 15 = 150$$

c) 4 peças quaisquer de roupa, entre bermuda e camisetas?

Questão 2. Uma classe tem 24 alunos, sendo 10 meninas e 14 meninos. De quantos modos podemos escolher:

a) 3 meninos e 2 meninas?

$$C_{10,2} = \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = \frac{10.9.\cancel{8!}}{2.\cancel{8}!} = 45$$

$$C_{14,3} = \frac{14!}{3!\,(14-3)!} = \frac{14.13.12.\cancel{11!}}{6.\,\cancel{11}!} = 364$$

$$C_{10,2} \times C_{14,3} = 45 \times 364 = 16.380$$

b) 5 alunos quaisquer?

c) 1 menino e 1 menina?

$$C_{10,1} = \frac{10!}{1!\,(10-1)!} = \frac{10.\cancel{9!}}{1.\cancel{9}!} = 10$$

$$C_{14,1} = \frac{14!}{1!\,(14-1)!} = \frac{14.\cancel{13!}}{1.\,\cancel{13}!} = 14$$

$$C_{10,1} \times C_{14,1} = 10 \times 14 = 140$$

Questão 3. De quantos modos podemos dividir 8 pessoas em 2 grupos de 4 pessoas cada?

O primeiro grupo pode ser formado de $C_{8,4}$ modos diferentes. Após escolher o primeiro grupo existe uma única maneira de escolher o segundo grupo. Entretanto desta maneira a divisão (a, b, c, d)(e, f, g, h) é diferente da divisão (a, b, c, d)(e, f, g, h). portanto iremos dividir $C_{8,4}$ por 2,

$$C_{8,4} = \frac{8!}{4!\,(8-4)!} = \frac{8.7.6.5.\cancel{4!}}{4!\,.\,4!} = \frac{1680}{24} = 70$$

$$\frac{C_{8,4}}{2} = 35$$

Questão 4. Em um grupo existem 5 homens e 6 mulheres. De quantas maneiras podemos escolher uma comissão de 4 pessoas com:

a) exatamente 3 homens?

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}\,.2!} = 10$$

$$C_{6,1} = \frac{6!}{1!\,(6-1)!} = \frac{6.\cancel{5!}}{1.\cancel{5!}} = 6$$

$$C_{5,3} \times C_{6,1} = 10 \times 6 = 60$$

b) pelo menos 3 homens?

Considerando que temos que ter pelo menos 3 homens temos duas situações:

3 homens e 1 mulher

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}\,.2!} = 10$$

$$C_{6,1} = \frac{6!}{1!\,(6-1)!} = \frac{6.\cancel{5!}}{1.\cancel{5!}} = 6$$

$$C_{5,3} \times C_{6,1} = 10 \times 6 = 60$$

4 homens e nenhuma mulher

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4!\,(5-4)!} = \frac{5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}\,.1!} = 5$$

$$C_{6,1} = \frac{6!}{0!\,(6-0)!} = \frac{\cancel{6!}}{1.\cancel{6!}} = 1$$

$$C_{5,4} \times C_{6,0} = 5 \times 1 = 5$$

Portanto somaremos esses dois casos

$$(C_{5,3} \times C_{6,1}) + (C_{5,4} \times C_{6,0}) = 60 + 5 = 65$$

c) no máximo 1 homem?

Considerando que temos que ter no máximo 1 homens temos duas situações:

1 homens e 3 mulheres

$$C_{5,1} = \frac{5!}{1!\,(5-1)!} = \frac{5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 5$$

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!\,(6-3)!} = \frac{\cancel{6}.5.4.\cancel{3!}}{\cancel{6}.\cancel{3}!} = 20$$

$$C_{5,1} \times C_{6,3} = 5 \times 20 = 100$$

0 homens e 4 mulheres

$$C_{5,0} = \frac{5!}{0!\,(5-0)!} = \frac{\cancel{5!}}{\cancel{5}!} = 1$$

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{2.\cancel{4}!} = 15$$

$$C_{5,0} \times C_{6,4} = 1 \times 15 = 15$$

Portanto somaremos esses dois casos

$$(C_{5,1} \times C_{6,3}) + (C_{5,0} \times C_{6,4}) = 100 + 15 = 115$$

Questão 5. Em um grupo de 10 pessoas estão Anderson e Eduardo. Quantas comissões de 5 pessoas podemos formar:

a) em que ambos estejam presentes?

$$C_{8,3} = \frac{8!}{3!\,(8-3)!} = \frac{8.7.\cancel{6.5!}}{\cancel{6}.\cancel{5}!} = 56$$

b) em que nenhum deles esteja presente?

$$C_{8,5} = \frac{8!}{5!\,(8-5)!} = \frac{8.7.\cancel{6.5!}}{\cancel{6}.\cancel{5}!} = 56$$

c) em que apenas um deles esteja presente?

$$C_{8,4} = \frac{8!}{4!\,(8-4)!} = \frac{8.7.6.5.\cancel{4!}}{4!\,.\cancel{4}!} = \frac{1680}{24} = 70$$

$$C_{2,1} = \frac{2!}{1!\,(2-1)!} = \frac{2}{1} = 2$$

$$C_{8,4} \times C_{2,1} = 70 \times 2 = 140$$

Referências:

BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática**: interação e tecnologia. 2. ed. São Paulo: Oceano Indústria e Editora, 2016. 240 p. Disponível em: http://joinville.ifsc.edu.br/~dani.prestini/Integrado%20-%20Mec%C3%A2nica/2018-1/M%C3%B3dulo%202%20-%20Matem%C3%A1tica%20II/Livro/Livro%202%20BALESTRI.pdf. Acesso em: 26 out. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** Contexto & aplicações. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2013.

ANEXO B

1) Um rapaz tem 5 bermudas e 6 camisetas. De quantas maneiras ele pode escolher:

a) 1 bermuda e uma camiseta?

b) 2 bermudas e 2 camisetas?

c) 4 peças quaisquer de roupa, entre bermuda e camisetas?

2) uma classe tem 24 alunos, sendo 10 meninas e 14 meninos. De quantos modos podemos escolher:

a) 3 meninos e 2 meninas?

b) 5 alunos quaisquer?

c) 1 menino e 1 menina?

3) De quantos modos podemos dividir 8 pessoas em 2 grupos de 4 pessoas cada?

4) em um grupo existem 5 homens e 6 mulheres. De quantas maneiras podemos escolher uma comissão de 4 pessoas com:

a) exatamente 3 homens?

b) pelo menos 3 homens?

c) no máximo 1 homem?

5) Em um grupo de 10 pessoas estão Anderson e Eduardo. Quantas comissões de 5 pessoas podemos formar:

a) em que ambos estejam presentes?

b) em que nenhum deles esteja presente?

c) em que apenas um deles esteja presente?

5.1.4. RELATÓRIO DA AULA II

Iniciamos a aula do dia 04 de novembro de 2022, com a correção dos exercícios proposto na aula anterior, as aulas nessa turma sempre são geminadas. Como eram muitos exercícios para serem corrigidos no quadro, e os alunos estavam acompanhando e corrigindo as atividades juntamente conosco, este processo demorou mais que o previsto ocupando uma aula inteira e mais um pouco da segunda.

Acreditamos que isso não seja um ponto negativo da aula, pois os alunos estavam participando e tirando suas dúvidas, alguns se voluntariaram para fazer a correção no quadro.

Sobre os exercícios não ouve muita dificuldade, pois eram exercícios mais mecânicos que eram basicamente aplicar na fórmula, um que outro necessitava de um pouco mais de interpretação.

No terceiro momento da aula fizemos com eles um exercício do livro sobre combinação simples, mas os exercícios eram diferentes do que eles estavam trabalhando anteriormente pois pedia para que realizassem duas combinações diferentes e depois multiplicassem elas para obter o resultado.

Pensamos que os alunos pudessem ter dificuldade com isso, então resolvemos fazer um exemplo no quadro.

Ao final da aula pedimos para que eles se juntassem em grupos e entregamos uma folha contendo exercícios parecidos com o exemplo.

A maioria da turma se juntou e fez o que foi pedido, mas alguns alunos estavam sempre dispersos e precisávamos chamar a atenção deles para que focassem na atividade.

Acreditamos que aula ocorreu de maneira dinâmica e a participação dos alunos foi essencial, pois conseguimos identificar as dúvidas dos grupos e os momentos em que nossa explicação estava confusa, assim ao decorrer da aula fomos corrigindo e adaptando nossa fala.

5.1.5. PLANO DE AULA III

Plano de aula 2° B - Aula III - 07/11/2022

Conteúdo: Combinação simples com repetição

Objetivo geral: Compreender a combinação simples com repetição através da Resolução de Problemas

Objetivos específicos: Ao se trabalhar com combinação simples com repetição, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a combinação simples com repetição;
- Aplicar a fórmula de uma combinação simples com repetição em diversas situações problemas.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: lápis, borracha e livro didático.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (30 min)

Iniciaremos a aula fazendo a correção dos exercícios propostos na aula anterior. Convidaremos os alunos para irem ao quadro ler a pergunta para os colegas e em seguida resolver.

2° Momento (30 min)

No segundo momento iremos realizar uma atividade com material manipulativo a fim de introduzir combinação com repetição a partir do seguinte problema:

A mãe de João pediu para ele ir até a mercearia de seu bairro comprar 5 latas de refrigerante, pediu para que ele trouxesse uma Coca-Cola pois é sua preferida e o restante ele poderia escolher. A mercearia dispõe das seguintes opções Coca-Cola, Fanta laranja e Sprite. De quantas maneiras João pode escolher os refrigerantes?

Exemplo de possibilidade:

Tendo como objetivo trabalhar o conteúdo através da resolução de problemas, iremos fazer alguns questionamentos para facilitar a resolução.

1. O que o problema quer saber? O que estamos buscando resolver?
2. Quais dados o problema apresenta?
3. Quais são as condições?
4. Já viram algum problema conhecido?

Após esses questionamentos os alunos serão levados a escreverem todas as possíveis soluções do problema, com a ajuda do material manipulativo.

CCCCC	CCSSF	CCCFF
CCCCS	CCFFF	CSSSS
CCCCF	CSFFF	CCSFF
CCCSF	CSSFF	CFFFF
CCCSS	CSSSF	CCSSS

Observe que uma das condições do problema é ter pelo menos 1 coca – cola, então já iremos considerar que uma das opções já está preenchida, então falta preencher as outras quatros opções que serão combinações dos 3 sabores.

Temos a seguinte situação

$C + F + S = 4$ → Equação linear de três variáveis

Onde C, F e S são as quantidades de refrigerante de cada sabor, e 4 é soma de todas as quantidades. Então uma possível solução é 2 + 1 + 1 = 4

Para resolver essa equação vamos pegar o total de refrigerantes e da seguinte forma:

$$^{\circ\circ} + {}^{\circ} + {}^{\circ} = 4$$

$$^{\circ\circ\circ} + {}^{\circ} + = 4$$

$$^{\circ\circ\circ} + \ +^{\circ} \ = 4$$

Note que estamos realizando uma combinação de bolinhas e sinal de adição. Assim podemos considerar que neste caso temos 6 elementos para fazer grupo de dois, a quantidade de grupos é a quantidade de sinal de adição.

Logo podemos escrever,

$$C_{6,4=}C_6^4 = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \frac{6.5.4!}{4!\,2!} = \frac{30}{2} = 15$$

Iremos incentivar eles a resolverem os próximos exercícios utilizando o método bolinha e traços.

Exercícios

1) Em uma sorveteria são oferecidos 4 sabores de milkshake, sendo eles chocolate, morango, amendoim e baunilha. Com esses sabores, de quantas maneiras distintas um cliente pode fazer o pedido de dois milkshakes?

Neste caso temos a seguinte equação: $C + M + A + B = 2$

$$+^{\circ} + ^{\circ}+ = 2$$

$$C_{5,2=}C_5^2 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2!} = \frac{20}{2} = 10$$

2) Matheus foi até uma loja de calçados para comprar meias. Na loja, ele percebeu que havia 8 modelos distintos. Sabendo que ele deseja comprar 6 pares de meia, de quantas maneiras diferentes ele pode realizar essa compra?

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 6$$

$$^{\circ} + +^{\circ\circ} + +^{\circ\circ} + ^{\circ} + + = 6$$

$$C_{13,6=}C_{13}^6 = \frac{13!}{6!\,(13-6)!} = \frac{13.12.11.10.9.8.7!}{7!\,6!} = \frac{1\,235\,520}{720} = 1716$$

3) No Dia da Árvore, a escola de Heitor resolveu incentivar a plantação de mudas nas casas de seus alunos. Havia 3 opções de mudas: ipê, cajá-manga e aroeira. Sabendo que cada estudante podia escolher 4 mudas para levar para casa, o número de maneiras distintas que Heitor poderia fazer essa escolha seria?

$$I + C + A = 4$$

$$^{\circ\circ\circ} + +^{\circ} = 4$$

$$C_{6,4=}C_6^4 = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \frac{6.5.4!}{2!\,4!} = \frac{30}{2} = 15$$

3° Momento (15 min)

Neste momento os alunos serão levados a concluir a partir dos problemas anteriores a fórmula da combinação com repetição:

1. Quem era o **p** e o **n** de cada problema?
2. Como você substituía na fórmula de combinação linear?

Analisando o problema 2:

No problema 2 o $\boldsymbol{p = 6}$ e o $\boldsymbol{n = 8}$.

A fórmula da Combinação simples era $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Entretanto na combinação com repetição utilizamos C_{13}^6, observe que se tivéssemos utilizado a mesma fórmula da combinação simples teríamos C_8^6, portanto neste caso n + x = 13

$$8 + x = 13$$
$$x = 13 - 8 = 5$$

Analisando o problema 3:

No problema 3 o $\boldsymbol{p = 4}$ e o $\boldsymbol{n = 3.}$

A fórmula da Combinação simples era $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Entretanto na combinação com repetição utilizamos C_6^4, observe que se tivéssemos utilizado a mesma fórmula da combinação simples teríamos C_3^4, portanto neste caso n + x = 6

$$3 + x = 6$$
$$x = 6 - 3 = 3$$

Note que nos dois casos o número que somamos a **n** é **p – 1**, assim temos que a fórmula para combinação com repetição é:

$$C_{n+p-1}^p = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n+p-1-p)!}$$
$$C_{n+p-1}^p = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n-1)!}$$

4° Momento (15 min)

Exercícios para fixação:

1) De quantas maneiras podemos comprar 5 sorvetes numa loja que oferece 2 sabores, sendo necessário levar pelo menos um de cada tipo?

$$C_{n+p-1}^p = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n-1)!}$$
$$C_6^2 = \frac{(5+2-1)!}{2!\,(5-1)!} = \frac{(6)!}{2!\,(4)!} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{2!\,\cancel{(4)!}} = \frac{30}{2} = 15$$

2) De quantas maneiras podemos comprar 9 sucos num bar que oferece 3 sabores, sendo necessário levar pelo menos um de cada tipo?

$$C_{11}^3 = \frac{(11)!}{3!\,(9-1)!} = \frac{11.10.9.\cancel{8!}}{3!\,\cancel{(8)!}} = \frac{990}{6} = 165$$

3) Na casa de Jéssica, durante o preparo do almoço, o gás acabou. Como já estava tarde, ela decidiu fazer o pedido de marmitas, uma para ela e uma para cada um de seus 4 irmãos. Ao realizar a ligação para o restaurante, foram oferecidos para ela 4 tipos diferentes de carne (peixe, porco, boi e frango). De quantas maneiras distintas Jéssica pode realizar esse pedido?

$$C_8^5 = \frac{(8)!}{5!\,(4-1)!} = \frac{(8)!}{5!\,(3)!} = \frac{8.7.6.\cancel{5!}}{\cancel{5}!\,3!} = \frac{336}{6} = 56$$

Referências:

BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática**: interação e tecnologia. 2. ed. São Paulo: Oceano Indústria e Editora, 2016. 240 p. Disponível em: http://joinville.ifsc.edu.br/~dani.prestini/Integrado%20-%20Mec%C3%A2nica/2018-1/M%C3%B3dulo%202%20-%20Matem%C3%A1tica%20II/Livro/Livro%202%20BALESTRI.pdf. Acesso em: 26 out. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** Contexto & aplicações. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2013.

5.1.6. RELATÓRIO DA AULA III

Iniciamos a aula do 07 de novembro de 2022, com a correção dos exercícios propostos na aula anterior, pedimos para que alguns alunos fossem até o quadro e resolvessem os exercícios, assim corrigíamos juntos e caso o aluno tivesse alguma dúvida já o ajudaríamos. A correção dos exercícios ocupou o tempo de uma hora aula.

No segundo momento da aula, pedimos para que os alunos se juntassem em grupos para a realização de uma próxima atividade. Para realizar a atividade disponibilizemos o material manipulável, para ajudar no raciocínio. A atividade foi pensada e elaborada para ser resolvida através da metodologia resolução de problemas, a mesma atividade serviria de material de coleta de dados para o trabalho de conclusão de curso de uma de nós.

Após a realização desta atividade realizamos a correção no quadro de duas maneiras diferentes para a melhor compreensão dos alunos.

No terceiro momento da aula foi explicado como funciona quando temos uma combinação por repetição, introduzido a fórmula. Para finalizar os alunos fizeram alguns exercícios de fixação. De modo geral a aula ocorreu bem, de maneira como esperávamos.

5.1.7. PLANO DE AULA IV

Plano de aula 2° B - Aula IV - 21/11/2022

Conteúdo: Combinação simples

Objetivo geral: Avaliar e revisar o conhecimento adquirido sobre combinação simples.

Objetivos específicos: Ao se avaliar o conhecimento sobre combinação simples esperamos que os alunos consigam diferenciar combinação simples, arranjo e permutação.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

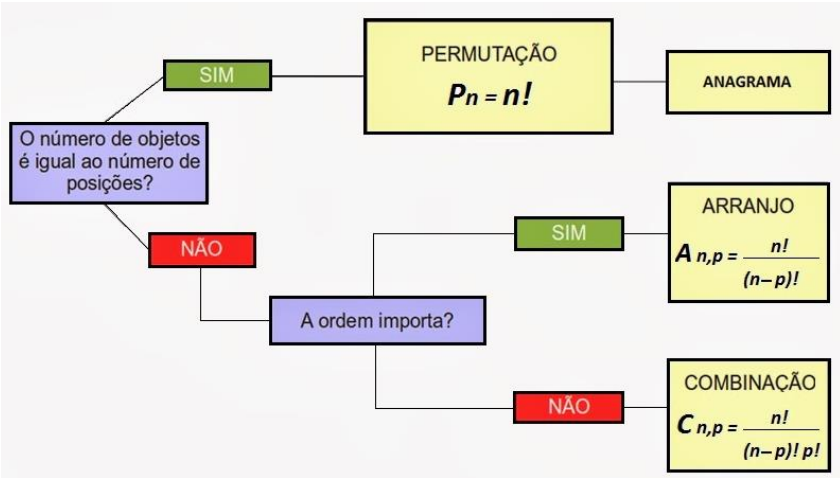
Recursos didáticos: lápis, borracha e livro didático.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (45 min)

Iniciaremos a aula fazendo uma revisão (Figura 1) sobre combinação simples através de exemplos.

Figura 1: Resumo Análise Combinatória



Fonte: https://www.colegioweb.com.br/matematica/o-que-e-analise-combinatoria.html

Para combinação com repetição temos a seguinte fórmula:

$$C^{p}_{n+p-1} = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n+p-1-p)!}$$

$$C^{p}_{n+p-1} = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n-1)!}$$

Exemplos:

1. Dentre um grupo de 7 pessoas, de quantas formas podemos montar uma equipe de 3 pessoas para realizar uma tarefa?

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!\,(7-3)!} = \frac{7.6.5.4!}{3!\,4!} = \frac{210}{6} = 35$$

2. Considere um grupo formado por 7 homens (dentre eles tem o josé) e 5 mulheres (entre as quais tem a Maria), do qual se quer extrair uma comissão constituída por 4 pessoas.

a) Grupo de 4 pessoas qualquer?

$$C_{12,4} = \frac{12!}{4!\,(12-4)!} = \frac{12.11.10.9.8!}{4!\,8!} = \frac{11880}{24} = 495$$

b) Formadas por 2 homens e 2 mulheres?

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2!\,(7-2)!} = \frac{7.6.5!}{2!\,5!} = \frac{42}{2} = 21$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5.4.3!}{2!\,3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{7,2}\,.\,C_{5,2} = 21.10 = 210$$

c) Em que haja pelo menos 2 mulheres?

2 mulheres e 2 homens

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2!\,(7-2)!} = \frac{7.6.5!}{2!\,5!} = \frac{42}{2} = 21$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5.4.3!}{2!\,3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{7,2}\,.\,C_{5,2} = 21.10 = 210$$

3 mulheres e 1 homem

$$C_{7,1} = \frac{7!}{1!\,(7-1)!} = \frac{7.6!}{1!\,6!} = 7$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5.4.3!}{2!\,3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{7,1}\,.\,C_{5,3} = 7.10 = 70$$

4 mulheres

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4!\,(5-4)!} = \frac{5.4!}{4!\,1!} = 5$$

Assim o número total de possibilidades é 210 + 70 + 5 = 285

d) Em que josé participa e Maria não?

Como temos que escolher 4 pessoas de 12, e josé já está escalado e maria não poderá, então a combinação será de:

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!\,(10-3)!} = \frac{10.9.8.7!}{3!\,7!} = \frac{720}{6} = 120$$

2° Momento (60 min)

No restante da aula entregaremos o trabalho (anexo C) para os alunos fazerem, informaremos que o trabalho será individual e terá peso 100, com uma questão extra valendo 0,5.

Resolução do trabalho:

1. Calcule as seguintes combinações:

a) $C_{6,2}$

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6.5.4!}{2!\,4!} = \frac{30}{2} = 15$$

b) $C_{7,4}$

$$C_{7,4} = \frac{7!}{4!\,(7-4)!} = \frac{7.6.5.4!}{4!\,3!} = \frac{210}{6} = 35$$

c) $C_{6,4} \times C_{5,2}$

$$C_{6,4} = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \frac{6.5.4!}{4!\,2!} = \frac{30}{2} = 15$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5.4.3!}{2!\,3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{6,4} \times C_{5,2} = 15\,.\,10 = 150$$

d) $C_{12,3}$

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3!\,(12-3)!} = \frac{12.11.10.9!}{2!\,9!} = \frac{1320}{2} = 660$$

2. Uma prova contém 15 questões, das quais os alunos devem escolher 10 para resolver. De quantas maneiras os alunos poderão escolher as 10 questões?

$$C_{15,10} = \frac{15!}{10!\,(15-10)!} = \frac{15.14.13.12.11.10!}{10!\,5!} = \frac{360360}{120} = 3003$$

3. Em um grupo de 10 pessoas, quantas comissões podemos formar com 4 pessoas?

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4!\,(10-4)!} = \frac{10.9.8.7.6!}{4!\,6!} = \frac{5040}{24} = 210$$

4. **(PUC-RS/2011)** Numa estante da Biblioteca, encontram-se cinco livros de Física Quântica de autores diferentes, seis livros de Física Médica de autores diferentes e quatro livros de Física Nuclear, também de autores diferentes. Um grupo de alunos, para realizar uma pesquisa, precisa consultar dois livros de Física Quântica, três livros de Física Médica e um livro de Física Nuclear. O número de escolhas possíveis para essa consulta é?

FQ à $C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5.4.3!}{2!3!} = \frac{20}{2} = 10$

FM à $C_{6,3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6.5.4.3!}{3!3!} = \frac{120}{6} = 20$

FN à $C_{4,1} = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{4.3!}{1!3!} = 4$

O total é 10.20.4 = 800

5. Temos 10 homens e 10 mulheres. De quantas maneiras:

a) Podemos formar uma comissão de 6 pessoas?

$$C_{20,6} = \frac{20!}{6!\,(20-6)!} = \frac{20.19.18.17.16.15.14!}{6!\,14!} = \frac{27907200}{720} = 38760$$

b) Podemos formar uma comissão de 5 pessoas, sendo que em cada uma delas deve haver 3 homens e 2 mulheres?

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!\,(10-3)!} = \frac{10.9.8.7!}{3!\,7!} = \frac{720}{6} = 120$$

$$C_{10,2} = \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = \frac{10.9.8!}{2!\,8!} = \frac{90}{2} = 45$$

120.45 = 5400

6. Em uma reunião social, cada pessoa cumprimentou todas as outras, havendo ao todo 45 apertos de mão. Quantas pessoas havia na reunião?

$$C_{n,2} = 45$$

$$\frac{n!}{2!\,(n-2)!} = \frac{n.(n-1).(n-2)!}{2!\,(n-2)!} = \frac{n.(n-1)}{2!} =$$

$$\frac{n.(n-1)}{2} = 45$$

$$n^2 - n = 90$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$x1 + x2 = -\frac{-1}{1} = 1$$

$$x1.x2 = \frac{-90}{1} = -90$$

As soluções são 10 e – 9, logo tinha 10 pessoas na reunião.

7. Um grupo de 20 pessoas, das quais 5 são matemáticos. De quantas formas podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que:

a) Nenhum membro seja matemático.

$$C_{15,10} = \frac{15!}{10!\,(15-10)!} = \frac{15.14.13.12.11.10!}{10!\,5!} = \frac{360360}{120} = 3003$$

b) Todos os matemáticos participem da reunião?

$$C_{15,5} = \frac{15!}{5!\,(15-5)!} = \frac{15.14.13.12.11.10!}{10!\,5!} = \frac{360360}{120} = 3003$$

c) Haja exatamente um matemático na comissão?

$$C_{5,1} = \frac{5!}{1!\,(5-1)!} = \frac{5.4!}{1!\,4!} = 5$$

$$C_{15,9} = \frac{15!}{10!\,(15-10)!} = \frac{15.14.13.12.11.10!}{10!\,5!} = \frac{360360}{120} = 3003$$

5.3003 = 15015

8. (ITA) Em uma urna existem 12 bolas das quais 7 são pretas e 5 brancas. De quantos modos podemos tirar 6 bolas da urna, das quais 2 são brancas?

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5.4.3!}{2!\,3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{7,4} = \frac{7!}{4!\,(7-4)!} = \frac{7.6.5.4!}{4!\,3!} = \frac{210}{6} = 35$$

Então o total de possibilidades é 10.35 = 350

9. Numa circunferência são tomados 8 pontos distintos.

a) Ligando-se 2 desses pontos, quantas cordas podem ser traçadas?

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2!\,(8-2)!} = \frac{8.7.6!}{2!\,6!} = \frac{56}{2} = 28$$

b) Ligando-se 3 desses pontos, quantos triângulos podem ser formados?

$$C_{8,3} = \frac{8!}{3!\,(8-3)!} = \frac{8.7.6.5!}{3!\,5!} = \frac{336}{6} = 56$$

c) Ligando-se 6 desses pontos, quantos hexágonos podem ser formados?

$$C_{8,6} = \frac{8!}{6!\,(8-6)!} = \frac{8.7.6!}{6!\,2!} = \frac{56}{2} = 28$$

10. **(UFSM/2008)** O setor de nutrição de determinada cantina sugere, para uma refeição rica em carboidratos, 4 tipos de macarrão, 3 tipos de molho e 5 tipos de queijo. O total de opções para quem vai servir um tipo de macarrão, um tipo de molho e três tipos de queijo é

a) 2 . (5!) b) 5! c) (5!) . 2 d) 5! / 2 e) 2 / 5!

$$C_{4,1} = \frac{4!}{1!\,(4-1)!} = \frac{4.3!}{1!\,3!} = 4$$

$$C_{3,1} = \frac{3!}{1!\,(3-1)!} = \frac{3.2!}{1!\,2!} = 3$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2!} = \frac{20}{2} = 10$$

Assim o total de possibilidades é 4.3.10 = 4.3.5.2 = 5!

Questão extra:

De quantas maneiras distintas eu posso escolher seis números para jogar na megasena?

Na megasena escolhemos 6 números entre 10 números, e não podemos repetir a ordem. Assim teremos a seguinte combinação:

$$C_{60,6} = \frac{60!}{6!\,(60-6)!} = \frac{60.59.58.57.56.55.54!}{6!\,54!} = 50.063.860$$

Referências:

HAZZAN, Samuel e IEZZI, Gelson. Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 5, Combinatória, Probabilidade. São Paulo: Editora Atual, 3ª ed, 1977.

MUNDO MATEMÁTICA. Modulo 6 - Análise Combinatória. 2021. Disponível em: https://mundoedu.com.br/uploads/pdf/59c2b7abeccc9.pdf . Acesso em: 18 nov. 2022.

ANEXO C

NOME: ____

TRABALHO COMBINAÇÃO SIMPLES

1. Calcule as seguintes combinações:

a) $C_{6,2}$

b) $C_{7,4}$

c) $C_{6,4} \times C_{5,2}$

d) $C_{12,3}$

2. Uma prova contém 15 questões, das quais os alunos devem escolher 10 para resolver. De quantas maneiras os alunos poderão escolher as 10 questões?

3. Em um grupo de 10 pessoas, quantas comissões podemos formar com 4 pessoas?

4. **(PUC-RS/2011)** Numa estante da Biblioteca, encontram-se cinco livros de Física Quântica de autores diferentes, seis livros de Física Médica de autores diferentes e quatro livros de Física Nuclear, também de autores diferentes. Um grupo de alunos, para realizar uma pesquisa, precisa consultar dois livros de Física Quântica, três livros de Física Médica e um livro de Física Nuclear. O número de escolhas possíveis para essa consulta é?

5. Temos 10 homens e 10 mulheres. De quantas maneiras:

a) Podemos formar uma comissão de 6 pessoas?

b) Podemos formar uma comissão de 5 pessoas, sendo que em cada uma delas deve haver 3 homens e 2 mulheres?

6. Em uma reunião social, cada pessoa cumprimentou todas as outras, havendo ao todo 45 apertos de mão. Quantas pessoas havia na reunião?

7. Um grupo costa de 20 pessoas, das quais 5 Matemáticos. De quantas formas podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que:

a) Nenhum membro seja matemático.

b) Todos os matemáticos participem da reunião?

c) Haja exatamente um matemático na comissão?

d) Pelo menos um membro da comissão seja matemático?

8. (ITA) Em uma urna existem 12 bolas das quais 7 são pretas e 5 brancas. De quantos modos podemos tirar 6 bolas da urna, das quais 2 são brancas?

9. Numa circunferência são tomados 8 pontos distintos.

a) Ligando-se 2 desses pontos, quantas cordas podem ser traçadas?

b) Ligando-se 3 desses pontos, quantos triângulos podem ser formados?

c) Ligando-se 6 desses pontos, quantos hexágonos podem ser formados?

10. **(UFSM/2008)** O setor de nutrição de determinada cantina sugere, para uma refeição rica em carboidratos, 4 tipos de macarrão, 3 tipos de molho e 5 tipos de queijo. O total de opções para quem vai servir um tipo de macarrão, um tipo de molho e três tipos de queijo é

a) 2.(5!) b) 5! c) (5!).2 d) 5!/2 e) 2/5!

Questão extra

De quantas maneiras distintas eu posso escolher seis números para jogar na megasena?

5.1.8. RELATÓRIO DA AULA IV

No dia 21 de novembro de 2022, foi a última aula com essa turma, antes de nós terminamos nossa regência deveríamos fazer uma avaliação do conteúdo que trabalhamos com eles até o momento.

Para iniciar a aula fizemos uma revisão sobre os conteúdos de arranjos e combinações, e a diferença entre eles. Durante a explicação ouve algumas dúvidas dos alunos, tentamos ao máximo sermos claras e sanar todas.

Na revisão além de retomarmos cada termo ainda fizemos alguns exemplos para refrescar a memória, como eram duas aulas geminadas a primeira foi para a revisão e a segunda para a realização da avaliação.

A avaliação contia 10 questões de 1 ponto cada e uma questão extra valendo também um ponto. Como a prova era extensa e tínhamos apenas uma aula, pedimos para que se juntassem em grupo de 4 pessoas.

Essa avaliação serviu de recuperação do provão que eles têm todo final de trimestre. De modo geral todos foram bem com nota acima da média.

Nessa turma tem um aluno Autista, para ele foi preciso adaptar, segunda sua professora PAPE deveríamos fazer questões mais fáceis para ele e com pouco raciocínio lógico.

Para finalizar a aula os agradecemos pelos dias que passamos juntos, e demos a eles uma lembrancinha para retribuir o carrinho e respeito que tiveram conosco.

5.2. 3° ANO B

5.2.1. PLANO DE AULA I

Plano de aula 3° B - Aula I - 31/10/2022

Conteúdo: Distância entre Ponto e Reta.

Objetivo geral: Calcular a distância entre dois pontos.

Objetivos específicos: Identificar os elementos da fórmula da distância entre ponto e reta nas diversas situações problemas.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: Quadro, giz, GeoGebra.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (15min)

Iniciaremos a aula desenhando no quadro uma reta e um ponto, então pediremos aos alunos que determinem a menor distância entre eles, para isso eles podem irem ao quadro e utilizar um barbante. Esperamos que com essa atividade os alunos concluem que a menor distância entre eles é uma reta, que passa pelo ponto e é perpendicular a reta dada.

2° Momento (30min)

Para descobrir a distância entre um ponto e uma reta existe duas maneiras, mostraremos elas para os alunos.

DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA

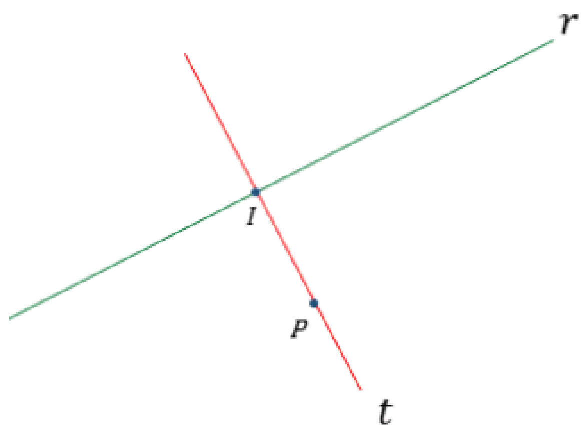
Considere uma reta **r** e um ponto $\mathbf{P(X_0, Y_0)}$, que não pertence a reta **r**. Para calcular a distância entre **r** e **P**, que denotaremos por **d(P, r)** , é natural pensarmos na seguinte construção:

Passo 1: traçar uma reta **t** perpendicular à reta **r** passando pelo ponto **P** e encontrar a sua equação;

Passo 2: calcular o ponto de interseção da reta **t** com a reta **r**, chamado de **I**;

Passo 3: calcular a distância entre os pontos **P** e **I**.

Figura 2: Exemplo da atividade



Exemplo:

1. Encontre a distância entre $P(1{,}4)$ e r: $2x - y + 1 = 0$

Passo 1: traçar uma reta **t** perpendicular à reta **r** passando pelo ponto **P** e encontrar a sua equação;

Equação da reta **r**: $y = 2x + 1$, onde $m1 = 2$

A equação da reta **t** é dado por: $y = m2 .\ x + c$

Para encontrar a equação da reta **t**, devemos relembrar que se **t** ⊥ **r**, então o coeficiente angular de uma é o oposto do inverso do coeficiente angular da outra, e vice-versa. Ou seja,

$$m1\,.\,m2 = -1$$

Portanto $m2 = \frac{-1}{m1} = -\frac{1}{2}$

Teremos então que a equação da reta **t** é $y = -\frac{1}{2}x + c$, e sabemos que ela passa pelo ponto P (1,4), então basta substituir o ponto P na equação para encontrar c:

$$y = -\frac{1}{2}x + c$$

$$4 = -\frac{1}{2}.1 + c$$

$$4 = -\frac{1}{2} + c$$

$$c = 4 + \frac{1}{2}$$

$$c = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$$

Assim, a equação da reta **t** é dada por $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

Passo 2: calcular o ponto de interseção da reta **t** com a reta **r**, chamado de **I**;

Para encontrar o ponto de interseção entre duas retas iremos resolver o sistema abaixo:

$$y = 2x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

Subtraindo as duas equações teremos o seguinte

$$y - y = 2x + 1 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$\frac{5}{2}x = \frac{7}{2}$$

$$5x = 7$$

$$x = \frac{7}{5}$$

Assim iremos substituir x em uma das equações para descobrir o y:

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2 . \frac{7}{5} + 1$$

$$y = \frac{14}{5} + 1 = \frac{19}{5}$$

Portanto **I** = $(\frac{7}{5}, \frac{19}{5})$

Passo 3: calcular a distância entre os pontos **P** e **I**.

Para calcular a distância de **P** e **I** usaremos a fórmula

$$d(P,I) = \sqrt{(X_I - X_P)^2 + (Y_I - Y_P)^2}$$

$$d(P,I) = \sqrt{(\frac{7}{5} - 1)^2 + (\frac{19}{5} - 4)^2}$$

$$d(P,I) = \sqrt{(\frac{2}{5})^2 + (\frac{-1}{5})^2}$$

$$d(P,I) = \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{1}{25}}$$

$$d(P,I) = \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Outra forma para encontrar este resultado é usando a seguinte fórmula.

Considere uma reta r, escrita em sua forma geral ax + by + c = 0 e um ponto P de coordenadas P (x_0, y_0). Podemos calcular a distância entre a reta r e o ponto P pela fórmula:

$d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$,

que é a expressão usada para obtenção da distância de um ponto a uma reta. Note que devemos ter sempre $d_{p,r} \geq 0$.

Neste caso P (x_0, y_0) = P (1,4) e ax + by + c = 2x – y +1, portanto substituindo os valores em d, teremos:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|2.1 - 1.4 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$d = \frac{|2 - 4 + 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Verificaremos, juntamente com eles, os exemplos a seguir no GeoGebra pelo link https://www.geogebra.org/m/nptk6cwu.

Exemplos

Encontre a distância entre $P(2{,}3)$ e r: $3x - 4y + 1 = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a = 3, \qquad b = -4, \qquad c = 1, \qquad x_0 = 2, \qquad y_0 = 3$$

$$d = \frac{|3.2 + (-4).3 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$d = \frac{|6 - 12 + 1|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$d = \frac{|6 - 12 + 1|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$d = \frac{5}{\sqrt{25}}$$

$$d = \frac{5}{5} = 1$$

Exercícios:

1) Calcule a distância do ponto P à reta r, em cada um dos casos:

a) $P(1{,}3)\ e\ r: 5x + 12y - 2 = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a = 5, \qquad b = 12, \qquad c = -2, \qquad x_0 = 1, \qquad y_0 = 3$$

$$d = \frac{|5.1 + 12.3 - 3|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$d = \frac{38}{13}$$

b) $P(-2,-4)\ e\ r\colon y = x - 8$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a = 1, \qquad b = -1, \qquad c = -8, \qquad x_0 = -2, \qquad y_0 = -4$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|1.-2 - 1.-4 - 8|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}}$$

$$d = \frac{|1.-2 - 1.-4 - 8|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}}$$

$$d = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$d = 3\sqrt{2}$$

c) $P(9,6)\ e\ r\colon x = 4$

$$a = 1, \qquad b = 0, \qquad c = -4, \qquad x_0 = 9, \qquad y_0 = 6$$

$$d = \frac{|1.9 + 0.6 - 4|}{1}$$

$$d = 5$$

d) $P(5,-2)\ e\ r\colon y = 3$

$$a = 0, \qquad b = 1, \qquad c = -3, \qquad x_0 = 5, \qquad y_0 = -2$$

$$d = \frac{|1.-2 - 3|}{1}$$

$$d = 5$$

2) Entre os pontos $A(3,4)\ e\ B(6,1)$, qual é o mais próximo da reta $y = 3x/2$

Aplicando o ponto A na fórmula temos que:

$$2y - 3x = 0$$

$$a = -3, \qquad b = 2, \qquad c = 0, \qquad x_0 = 3, \qquad y_0 = 5$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|-9 + 10|}{\sqrt{13}}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

Aplicando o ponto B na fórmula temos que:

$$a = -3, \qquad b = 2, \qquad c = 0, \qquad x_0 = 6, \qquad y_0 = 1$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|-18 + 2|}{\sqrt{13}}$$

$$d = \frac{16}{\sqrt{13}}$$

Portanto o ponto A é o mais próximo da reta.

5.2.2. RELATÓRIO DA AULA I

No dia 31 de outubro de 2022, como era nossa primeira aula iniciemos nos apresentando, em seguida o professor fez a correção dos exercícios que tinham ficado na aula anterior sem corrigir.

Em seguida entregamos aos alunos uma folha sulfite e um pedaço de barbante, pedimos para que eles fizessem um ponto e uma reta na folha, e calculassem a menor distância possível entre ele. Os alunos não tiveram dificuldade em realizar a atividade, logo concluíram que a menor distância seria uma reta.

No segundo momento mostramos a eles que para descobrir a distância de um ponto e uma reta existe mais de uma maneira, apresentamos duas delas durante a aula. A primeira usando conhecimentos adquiridos em aulas anteriores, e a outra pelo algoritmo. Em ambos os casos utilizemos exemplos para demostrar.

Entretanto os alunos tiveram dificuldades ao estabelecer uma relação com os conhecimentos que eles já haviam adquiridos. Assim, quando eles tentaram resolver os exercícios sozinhos encontraram alguns problemas, a maioria dos alunos estavam fazendo os dois jeitos de descobrir ao mesmo tempo, acreditamos que não ficou claro que eram passos diferentes e que eles poderiam escolher entre eles, no fim eles optaram por utilizar o algoritmo por ser mais rápido.

Com essa atividade conseguimos observar que a turma não se adaptou com o ensino através de demonstrações e mais teóricos, sendo que os mesmos comentaram que preferem aprender a aplicar a fórmula, pois é o que mais se pede em vestibulares.

O terceiro momento foi destinado para eles realizarem exercícios de fixação. A todo momento circulávamos entre as carteiras sanando as possíveis dúvidas.

De modo geral fomos bem recebidas pela turma, um aluno que outro se recusou a fazer as atividades, entretanto como era o primeiro dia resolvemos não forçar a barra. Estabelecemos uma relação mais amigável com a turma, assim facilitou a nossa conversa com eles.

5.2.3. PLANO DE AULA II

Plano de aula 3° B - Aula II- 03/11/2022

Conteúdo: Distância entre Ponto e Reta

Objetivo geral: Calcular a distância entre pontos e reta.

Objetivos específicos: Identificar os elementos da fórmula da distância entre ponto e reta nas diversas situações problemas.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: Quadro, giz, GeoGebra.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (15min)

Iniciaremos a aula olhando os cadernos de que realizou a tarefa proposta na aula anterior, para quem fez será atribuído 0,5 pontos no trabalho que será posposto no final de nossa regência.

Em seguida será feita a correção dos exercícios juntamente com os alunos no quadro.

2° Momento (50 min)

Nesse momento será separado uma parte aula para que os alunos resolvam mais alguns exercícios envolvendo distância de ponto e reta.

Exercícios.

1) Entre os pontos $A(3,4)\ e\ B(6,1)$, qual é o mais próximo da reta $y = 3x/2$?

Passando a equação dada para a forma geral obtemos

$$2y - 3x = 0$$

Assim, $a = -3, b = 2, c = 0, x_0 = 3, y_0 = 5$

Aplicando o ponto A na fórmula temos que:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|-9 + 10|}{\sqrt{13}}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

$$d = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

Aplicando o ponto B na fórmula temos que:

$$a = -3, \qquad b = 2, \qquad c = 0, \qquad x_0 = 6, \qquad y_0 = 1$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|-18 + 2|}{\sqrt{13}}$$

$$d = \frac{16}{\sqrt{13}}$$

Portanto o ponto A é o mais próximo da reta.

2) Dado o ponto B com coordenadas (2, 6) e a reta s: 2x + 4y – 1 = 0, determine a distância entre B e s.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a = 2, b = 4, c = -1, x_0 = 2, y_0 = 6$$

$$d = \frac{|2.2 + 4.6 - 1|}{\sqrt{4 + 16}}$$

$$d = \frac{|27|}{\sqrt{20}}$$

$$d = \frac{27\sqrt{20}}{20}$$

3) **(Fuvest-SP)** Calcule a distância entre a reta r, de equação $3y = 4x - 2$, e a reta s, de equação $3y = 4x + 8$, sabendo que r//s.

Vamos encontrar um ponto qualquer da reta $r: 3y = 4x - 2$

Fazendo $y = 0$, temos:

$$3.0 = 4x - 2$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Agora vamos calcular a distância entre o ponto $(\frac{1}{2}, 0)$ e a reta s.

$$d = \frac{\left|4.\frac{1}{2} + (-3).0 + 8\right|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$d = \frac{|2 + 8|}{\sqrt{25}}$$

$$d = \frac{10}{5}$$

$$d = 2$$

A distância é duas unidades.

4) (FGV-SP) as retas cujas equações são $r: x + 3y = 5$ e $s: x + 3y = 0$ são paralelas. A distância entre elas é de?

Vamos encontrar um ponto qualquer da reta $r: x + 3y = 5$

Fazendo $y = 0$, temos:

$$X = 5$$

Agora vamos calcular a distância entre o ponto T $(5, 0)$ a reta s.

$$d = \frac{|5|}{\sqrt{10}}$$

$$d = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

5) Considerando que a distância entre ponto P (k, 4) e a reta r, de equação 6x + 8y – 80 = 0, é igual a 6 unidades, calcule o valor da coordenada k.

$$x = k$$

$$y = 4$$

$$a = 6$$

$$b = 8$$

$$c = -80$$

$$d = 6$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$6 = \frac{|6.k + 8.4 - 80|}{\sqrt{100}}$$

$$6 = \frac{|6k - 48|}{10}$$

$$60 = |6k - 48|$$

$$60 + 48 = 6k$$

$k = 18$ ou

$$-60 = |6k - 48|$$

$$-60 + 48 = 6k$$

-12 $= 6k$ $k = -2$

6) Qual a distância entre $P\ (2,3)$ e $r{:}\ y = 4x - 5$? explique o significado geométrico da sua resposta.

$$d = \frac{|-4.2 + 3 + 5|}{\sqrt{16 + 1}}$$

$$d = \frac{0}{\sqrt{17}} = 0$$

Portanto o ponto pertence à reta.

3° Momento (30 min)

Para finalizar a aula pediremos aos alunos que vão até o quadro para corrigirmos juntos os exercícios propostos. No decorrer da resolução iremos colocado os exercícios no GeoGebra para averiguar o resultado.

Link do GeoGebra: https://www.geogebra.org/classic/w8rbnv3c

Referências

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**. São Paulo: Editora Atual, 1997. 652 p.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2004. 418 p.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **EXERCÍCIOS SOBRE DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA**. 2011. Disponível em: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-distancia-entre-ponto-reta.htm#questao-2. Acesso em: 02 nov. 2022.

5.2.4. RELATÓRIO DA AULA II

No dia 03 de novembro de 2022, iniciamos a aula passando pelas carteiras verificando se os alunos realizaram as atividades que propomos na aula passada, entretanto apenas um aluno fez, logo optamos por não considerar a atividade e dar mais uma chance para as atividades que viriam a seguir.

Corrigimos no quadro as atividades da aula passada, relendo o problema com os alunos e em seguida sugerindo que eles nos dissessem o valor de cada elemento da fórmula, dessa forma contamos com a participamos dos alunos em todo momento da aula.

De acordo com o feedback dos alunos observamos que eles estavam começando a compreender como aplicar o algoritmo em diversas situações problemas.

Em seguida, passamos mais alguns exercícios para os alunos resolverem no restante da aula, e avisamos que na próxima aula iriamos dar visto nos cadernos e que quem fizesse iria ganhar um ponto na nota do trabalho final que iriamos propor.

Uns minutos antes de terminar a aula abrimos o GeoGebra para mostrar aos alunos como eles podem fazer para encontrar a distância entre um ponto e uma reta, os alunos gostaram da ideia e participaram pedindo para testar os exercícios que eles já tinham a resposta e assim verificar se estava correta.

5.2.5. PLANO DE AULA III

Plano de aula 3° B - Aula III- 07/11/2022

Conteúdo: Área de triângulos

Objetivo geral: Calcular a área de triângulos sabendo suas coordenadas.

Objetivos específicos: Compreender o cálculo da área de triângulos usando seus vértices.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: Quadro, giz, GeoGebra.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (30min)

Iniciaremos a aula olhando os cadernos de quem realizou a tarefa proposta na aula anterior. Para quem fez será atribuído 1 ponto no trabalho que será posposto no final de nossa regência.

Continuaremos a aula com a correção dos exercícios juntamente com os alunos no quadro. No decorrer da resolução iremos colocando os exercícios no GeoGebra para averiguar o resultado.

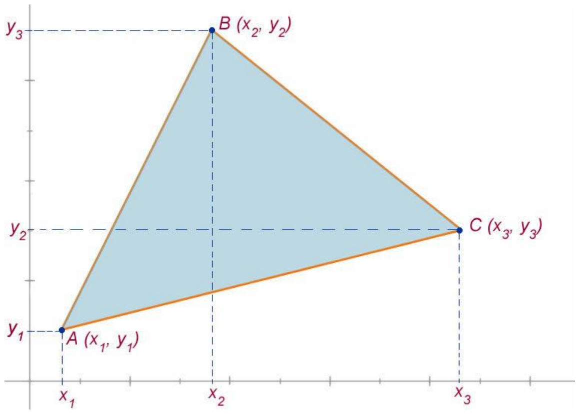
Link do GeoGebra: https://www.geogebra.org/classic/w8rbnv3c

2° Momento (20 min)

ÁREA DE UM TRIÂNGULO

A área de um triângulo ABC, cujos vértices são os pontos A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) e C (x_3, y_3), pode ser calculada da seguinte forma:

Figura 3: Triângulo com seus vértices



Fonte: https://matematica.hi7.co/area-de-uma-regiao-triangular-atraves-do-determinante-57ac2635913b7.html

$$ÁREA = \frac{1}{2}\,|D|$$

Onde $D = \begin{vmatrix} x1 & y1 & 1 \\ x2 & y2 & 1 \\ x3 & y3 & 1 \end{vmatrix}$

Exemplo:

Qual é a área do triângulo ABC, dados A (2,1), B (3,2) e C (4,0)?

Lembrando que a área é dada por

$$ÁREA = \frac{1}{2}\,|D|$$

Substituindo os vértices no determinante, teremos:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -8 + 0 - 3 + 4 + 4 + 0 = -3$$

-8 0 -3 4 4 0

Assim,

$$ÁREA = \frac{1}{2}\,|D| = \frac{1}{2}\,|-3| = \frac{1}{2}\,3 = \frac{3}{2}$$

3° Momento (50 min)

Neste terceiro momento iremos passar alguns exercícios para os alunos resolverem em sala de aula, e caso terminem iremos começar a resolução dos exercícios.

1. Determine a área dos triângulos cujos vértices têm as seguintes coordenadas:

a.) A (1, 2), B (0, 1) e C (4, 5)

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -4 - 5 + 0 + 1 + 8 + 0 = 0$$

-4 -5 0 1 8 0

Assim,

$ÁREA = \frac{1}{2}\,|0| = \frac{0}{2} = 0$, isto significa que os pontos estão alinhados.

b.) D (4, 3), E (0, 7) e F (2, 1)

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 7 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 7 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -14 - 4 - 3 + 28 + 6 + 0 = 16$$

-14 -4 0 28 6 0

Assim,

$$ÁREA = \frac{1}{2}\,|16| = \frac{16}{2} = 8$$

c.) G (3, -3), H (2, -1) e I (2, 2)

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 6 + 6 - 3 - 6 + 4 = -3$$

2 -6 6 -3 -6 4

Assim,

$$ÁREA = \frac{1}{2}\,|-3| = \frac{3}{2}$$

d.) J (2, -3), L (1, 2) e M (4, 2)

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -8 - 4 + 3 + 4 - 12 + 2 = -15$$

-8 -4 3 4 -12 2

Assim,

$$ÁREA = \frac{1}{2}\,|-15| = \frac{15}{2}$$

Referências

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**. São Paulo: Editora Atual, 1997. 652 p.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2004. 418 p.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **EXERCÍCIOS SOBRE DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA**. 2011. Disponível em: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-distancia-entre-ponto-reta.htm#questao-2. Acesso em: 02 nov. 2022.

FILHO, Benigno Barreto; SILVA, Claudio Xavier da. **Matemática**, Aula por Aula. São Paulo: FTD, 2005

5.2.6. RELATÓRIO DA AULA III

No dia 07 de novembro de 2022, iniciamos a aula olhando o caderno de quem fez a tarefa que deixamos na aula passada, dessa vez boa parte da turma fez as atividades que propomos.

Em seguida corrigimos as atividades no quadro, a todo momento incentivamos os alunos a irem ao quadro, entretanto eles preferiram participar das suas carteiras. Assim concluímos este conteúdo.

No segundo momento iniciamos o ensino sobre a área de triângulos através de exemplos no quadro, observamos que os alunos compreenderam os elementos presentes no algoritmo, entretanto tivemos que revisar o conceito de determinantes.

Após a explicação deixamos os alunos fazerem alguns exercícios, até o final da aula, enquanto isso caminhávamos entre os alunos tirando dúvidas.

5.2.7. PLANO DE AULA IV

Plano de aula 3° B - Aula IV- 10/11/2022

Conteúdo: Área de triângulos e polígonos

Objetivo geral: Calcular a área de polígonos.

Objetivos específicos: Compreender por que utilizamos triângulos para calcular a área de triângulos.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: Quadro e giz.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (30min)

Iniciaremos a aula fazendo a correção dos exercícios propostos na aula anterior.

2° Momento (30min)

No segundo momento iremos fazer mais uns exemplos.

Exemplo: (Mack-SP) A área do triângulo determinada pela reta $y = x$, $x = 4$ e $x = y - 2 = 0$ é:

Os vértices do triângulo são obtidos pela intersecção das retas.

Chamaremos de vértice A a intersecção entre: $\begin{cases} x = 4 \\ y = x \end{cases}$

Resolvendo o sistema, temos A (4,4).

Chamaremos de vértice B a intersecção entre: $\begin{cases} x = 4 \\ x + y - 2 = 0 \ \rightarrow y = -2 \end{cases}$

Resolvendo o sistema, temos B (4,-2)

Chamaremos o vértice C a intersecção entre:

$$\begin{cases} y = x \\ x = y - 2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos C (1,1).

Portanto a área do triangulo é dada por:

Área = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \ \frac{1}{2} \ |-18| = 9$

Exercícios:

1. (Ufes) A área do triângulo limitado pelas retas $y = x$, $y = 2x$ e $x + y = 6$ vale:

a) $\sqrt{2}$

b) 3

c) $3\sqrt{2}$

d) 2

Resolução:

Os vértices do triângulo são obtidos pela intersecção das retas.

Chamaremos de vértice A a intersecção entre: $\begin{cases} y = 2x \\ y = x \end{cases}$

Resolvendo o sistema, temos A (0,0).

Chamaremos de vértice B a intersecção entre:

$$\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 6 \ \rightarrow x + 2x = 6 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos B (2,4)

Chamaremos o vértice C a intersecção entre:

$$\begin{cases} y = x \\ x + y = 6 \ \rightarrow x + x = 6 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos C(3,3).

Portanto a área do triangulo é dada por:

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \frac{1}{2}\ |-6| = 3$$

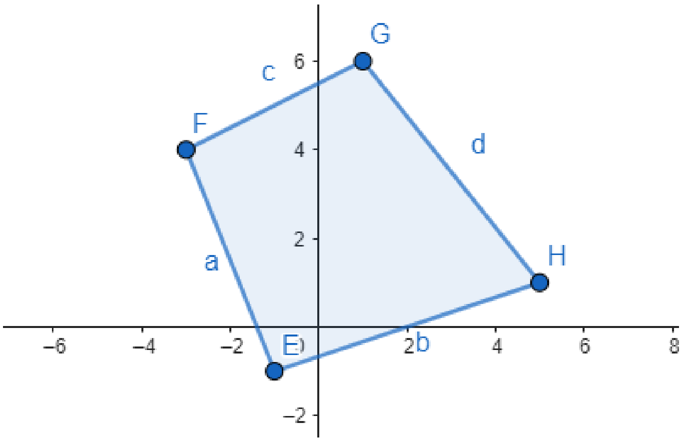
Alternativa b.

3° Momento (30min)

O intuído do exemplo baixo é trabalhar com área de polígono.

Exemplo: Uma região plana, os pontos E, F, G e H são vértice de um terreno quadrilateral, onde será construído um aeroporto. Determine a área destinada à construção desse aeroporto.

Figura 4: Polígono EFGH



Fonte: Autores

A área do quadrilátero EFGH é igual à soma das áreas dos triângulos EFG e EGH.

Área do triângulo EFG:

$$D=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}= -4-18-1-4+6-3=-24$$

$$EFG=\frac{1}{2}\ |-24| = 12$$

EGH= do triângulo

$$D=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}= -6+1-5-30+1+1=-38$$

$$EGH=\frac{1}{2}\ |-38| = 19$$

Logo, a área EFGH do quadrilátero EFGH é dada por:

$$= 12 + 19 = 31$$

Concluímos, então, que a área do terreno destinado á construção do aeroporto é 31 km^2.

Exercícios

1. Obtenha a área do quadrilátero ABCD.

Resolução:

Podemos dividir o polígono em dois triângulos, assim a área será Q =T1 +T2, sendo T1 = Triângulo ABD e T2 = Triângulo BCD

Área T1 = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

Área T1 = $\frac{1}{2}\ |-4 - 4 - 4 - 16 + 2 - 2| = \frac{1}{2}\ |-28| = 14$

Área T2 = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 7 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

Área T2 = $\frac{1}{2}\ |-5 - 2 - 28 - 10 - 7 + 4| = \frac{1}{2}\ |-48| = 24$

Portanto a área do quadrilátero é 14+24 =38

Referências

FILHO, Benigno Barreto; SILVA, Claudio Xavier da. **Matemática**, Aula por Aula. São Paulo: FTD, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática**.2 ed. São Paulo: Moderna, 2003.

5.2.8. RELATÓRIO DA AULA IV

No dia 10 de novembro de 2022, iniciamos a aula corrigindo os exercícios deixados na aula anterior, durante a correção contamos com a participação dos alunos. Nesta aula conseguimos estimular os alunos irem ao quadro, o que consideramos como um avanço, pois inicialmente muitos deles se recusavam.

No segundo e terceiro momento optamos por trazer exemplos mais elaborados de problemas envolvendo a área de um triângulo, além de darmos preferência a exercícios de vestibulares.

Nesse segundo momento trabalhamos com exercícios onde que além de achar a área do triângulo, o aluno deveria encontrar os vértices do triângulo, envolvendo assim mais conceitos como por exemplo a resolução de sistemas. Observamos que os alunos tiveram dificuldades em relembrar como resolver um sistema com duas incógnitas, portamos fomos repassando com eles esse conceito durante os exemplos e exercícios.

Enquanto isso, o terceiro momento envolve a área de polígonos, apresentamos este conteúdo através de exemplos, com o objetivo de levar os alunos a conclusão de que basta dividir o polígono em triângulos e assim calcular a área deles, como fizemos nas aulas anteriores, e, portanto, a área do polígono será a soma das áreas dos triângulos.

Finalizamos a aula avisando os alunos que na próxima aula realizaríamos um trabalho, o qual o professor regente iria decidir a maneira de utilizar a nota.

5.2.9. PLANO DE AULA V

Plano de aula 3° B - Aula V- 17/11/2022

Conteúdo: Distância entre ponto e reta, área de triangulo.

Objetivo geral: Avaliar os conteúdos trabalhados.

Objetivos específicos: Diagnosticar a aprendizagem sobre distância entre ponto e reta e área de triângulos utilizando seus vértices.

Tempo de execução: Duas horas aula de 50 minutos.

Recursos didáticos: a trabalho impresso (Anexo D), lápis e borracha.

Encaminhamento metodológico:

1° Momento (30min)

Iniciaremos a aula fazendo uma revisão sobre os conteúdos trabalhados até o momento.

- **Distância de ponto e reta.**

Exemplo: Calcular a distância do ponto $P\ (2,1)$ à reta r: $3x - 4y + 8 = 0$

Resolução

A distância d de P à reta r é dada por:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Sendo que $a = 3;\ b = -4;\ c = 8;\ x = 2\ e\ y = 1$

$$d = \frac{|3.2 - 4.1 + 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$d = \frac{|6 - 4 + 8|}{\sqrt{9 + 16}}$$

$$d = \frac{10}{5} = 2$$

- **Área de um triangulo**

Determine a área do triângulo cujos vértices são $E\ (2,5), F\ (0,1) e\ G\ (3,6)$.

Resolução

$$D = \begin{vmatrix} \text{x1} & \text{y1} & 1 \\ \text{x2} & \text{y2} & 1 \\ \text{x3} & \text{y3} & 1 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 15 - 3 - 12 = 2$$

Logo a área do triângulo EFG é:

$$A = \frac{1}{2}\ |D| = \frac{2}{2} = 1$$

2° Momento (70min)

O restante da aula será destinado para a realização do trabalho avaliativo do Anexo D.

1) (2,0 pontos) nos seguintes casos, calcule a distância do ponto P à reta r:

a) $P(0,3)\ e\ 4x + 3y + 1 = 0$

$$D = \frac{|4.0 + 3.3 + 1|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2$$

b) $P(1,-5)\ e\ 3x-4y-2=0$

$$\mathrm{d}=\frac{|\mathrm{ax_0}+\mathrm{by_0}+\mathrm{c}|}{\sqrt{\mathrm{a^2}+\mathrm{b^2}}}=\frac{|-4.1+3.(-5)-2|}{\sqrt{16+9}}=\frac{|-21|}{5}=\frac{21}{5}$$

c) $P(6,4)\ e\ y-2=0$

$$\mathrm{d}=\frac{|\mathrm{ax_0}+\mathrm{by_0}+\mathrm{c}|}{\sqrt{\mathrm{a^2}+\mathrm{b^2}}}=\mathrm{d}=\frac{|0.6+1.4-2|}{1}=2$$

2) (1,0 ponto) considerando a distância entre o ponto $P(k,10)$ e a reta r, de equação $3x-4y-40=0$, é 12 unidades calcule o valor da coordenada k.

$$x=k$$

$$y=10$$

$$a=3$$

$$b=4$$

$$c=-40$$

$$d=12$$

$$\mathrm{d}=\frac{|\mathrm{ax_0}+\mathrm{by_0}+\mathrm{c}|}{\sqrt{\mathrm{a^2}+\mathrm{b^2}}}$$

$$12=\frac{|3.\mathrm{k}+4.10-40|}{\sqrt{9+16}}$$

$$12=\frac{|3.\mathrm{k}|}{5}$$

$$60=-3k\ ou\ 60=+3k$$

$$K=-20\ ou\ k=+20$$

Como estamos falando de medidas k será 20 unidades.

3) (1,0 ponto) qual a distância entre $P(1,0)$ e $r: y=5\,x-5$? Explique o significado geométrico.

$y-5x+5=0$

$$\mathrm{d}=\frac{|\mathrm{ax_0}+\mathrm{by_0}+\mathrm{c}|}{\sqrt{\mathrm{a^2}+\mathrm{b^2}}}=\frac{|-5.1+1.0+5|}{\sqrt{26}}=\mathrm{d}=\frac{0}{\sqrt{26}}=0$$

o ponto pertence a reta.

4) (2,0 pontos) calcule a distância entre a reta $2x+3y=4\ e\ t: 2x+3y=1$ sabendo que $r//t$.

Primeiro precisamos encontrar um ponto pertencente a reta s.

Quando $y = 0, x = 2$

$$\mathrm{d} = \frac{|2.2 + 3.0 - 1|}{\sqrt{4+9}} = \mathrm{d} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

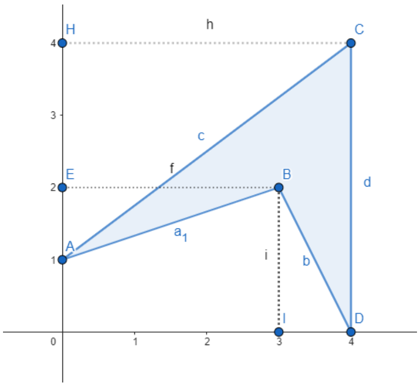
5) (1,0 ponto) calcule a área do triangulo de vértices $(4{,}0), (-1{,}1) e\ (-3{,}3)$

$$D = \begin{vmatrix} x1 & y1 & 1 \\ x2 & y2 & 1 \\ x3 & y3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{vmatrix} == -8$$

$$A = \frac{1}{2}\,|-8| = \frac{8}{2} = 4$$

6) (2,0 pontos) A área da figura colorida no diagrama abaixo vale:



A área do triângulo ADC, em que A (0,1) C (4,4) D (4,0)

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 16 - 4 = -16$$

$$A1 = 8$$

Área do triângulo ABD, em que A (0,1) B (3,2) e D (4,0)

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 8 + 3 - 4 = 7$$

$$A2 = 3{,}5$$

A área procurada é $A1 - A2 = 8 - 3{,}5 = 4{,}5$

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2013. 344 p.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. Matemática. São Paulo: Editora Atual, 1997. 652 p.

ANEXO D

Nome: ____

OBS: Todas as resoluções devem estar completas, caso contrário não será atribuído pontuação alguma.

1) (2,0 pontos) nos seguintes casos, calcule a distância do ponto P à reta r:

a) $P(0,3)\ e\ 4x + 3y + 1 = 0$

$b)\ P(6,4)\ e\ y - 2 = 0$

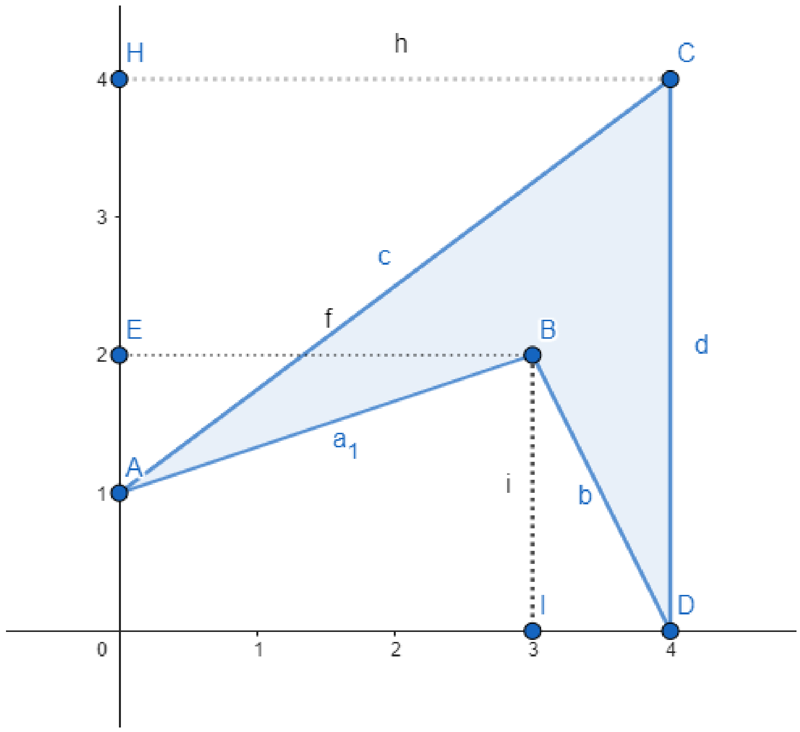
2) (1,0 ponto) considerando a distância entre o ponto $P(k, 10)$ e a reta r, de equação $3x - 4y - 40 = 0$, é 12 unidades calcule o valor da coordenada k.

3) (1,0 ponto) qual a distância entre $P(1,0)$ e $r: y = 5\,x - 5$? Explique o significado geométrico.

4) (2,0 pontos) calcule a distância entre a reta $2x + 3y = 4\ e\ t: 2x + 3y = 1$ sabendo que $r//t$.

5) (1,0 ponto) (PUC-SP) Dados A (4, 5), B(1, 1) e C(x, 4), o valor de x para que o triângulo ABC seja retângulo em B é?

6) (2,0 pontos) A área da figura colorida no diagrama abaixo vale:



5.2.10. RELATÓRIO DA AULA V

No dia 17 de novembro de 2022, iniciamos a aula com uma revisão dos conteúdos que trabalhamos durante a nossa regência, fizemos dois exemplos, um sobre distância entre ponto e reta e uma sobre a área de triângulos. Por fim verificamos se os alunos tinham alguma dúvida.

Após sanar todas as dúvidas entregamos o trabalho para os alunos e explicamos que eles poderiam utilizar seu caderno e discutir as questões em grupo.

No decorrer do trabalho caminhamos entre os alunos tirando algumas dúvidas e relembrando conceitos que eles poderiam consultar no caderno. Por fim recolhemos as atividades e agradecemos a colaboração dos alunos durante este período.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos este período de estágio de extrema relevância para a nossa aprendizagem. Com essa experiência tivemos a oportunidade de vivenciar e trabalhar com os atuais alunos do Ensino Médio, e assim colocar em prática o que aprendemos em sala de aula.

Iniciamos nossa regência com foco principalmente em desenvolver nossa relação aluno e professor e assim no decorrer das aulas ofertar um ensino proveitoso para os alunos. Durante a licenciatura aprendemos sobre a importância de o professor ter uma boa relação com os alunos e de como isso influência na aprendizagem positivamente, pois com confiança os alunos conseguem repassar suas dúvidas e participar das aulas com mais afinco.

Acreditamos que alcançamos nossos objetivos, pois ao estabelecer uma relação de amizade e respeito com os alunos, conseguimos identificar suas dúvidas e em quais momento nossa explicação não estava sendo clara. Assim, essa boa comunicação nos oportunizou reformular nossa prática em sala de aula e a maneira que estávamos abordando certos conhecimentos.

Por isso, concluímos que este período de estágio foi de extrema importância para nosso desenvolvimento como professoras.